



TITLE:

異質性を考慮した土木施設の劣化 評価に関する研究(Dissertation_全 文)

AUTHOR(S):

小濱, 健吾

CITATION:

小濱, 健吾. 異質性を考慮した土木施設の劣化評価に関する研究. 京都大学, 2012, 博士(工学)

ISSUE DATE:

2012-09-24

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.k17136>

RIGHT:

異質性を考慮した土木施設の
劣化評価に関する研究

小 濱 健 吾

2012年

目次

第1章 序論	1
1.1 研究の背景	1
1.2 研究の目的	2
1.3 論文の構成	3
第2章 道路障害リスクと道路巡回の合理化方策	9
2.1 緒言	9
2.2 本章の基本的な考え方	10
2.2.1 従来の研究概要	10
2.2.2 道路障害リスク管理指標	11
2.2.3 費用リスク曲線	12
2.3 道路巡回モデル	14
2.3.1 モデル化の前提条件	14
2.3.2 ポワソンガンマ発生モデル	16
2.3.3 道路障害リスク管理指標	17
2.3.4 道路巡回モデルの定式化	20
2.3.5 トレードオフ分析	22
2.4 実証分析	23
2.4.1 実証分析の概要	23
2.4.2 ポワソンガンマ発生モデルの推計	24

2.4.3	道路巡回方策の検討プロセス	25
2.5	最適巡回方策モデルの分析結果	27
2.6	結言	34
第3章	ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル：大規模情報システムへの適用	39
3.1	緒言	39
3.2	本章の基本的な考え方	41
3.2.1	従来の研究概要	41
3.2.2	大規模情報システムの劣化過程	43
3.2.3	モデル化の基本的フレーム	45
3.3	ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル	49
3.3.1	ワイブル劣化ハザードモデル	49
3.3.2	ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル	51
3.3.3	モデルの推計法	53
3.4	適用事例	58
3.4.1	適用事例の概要	58
3.4.2	推計結果	60
3.4.3	比例性仮説の検定	62
3.4.4	分析結果	65
3.5	結言	72
第4章	劣化ハザード率評価とベンチマーキング	77
4.1	緒言	77
4.2	本章の基本的な考え方	78
4.2.1	従来の研究概要	78

4.2.2	ハザード率の異質性	80
4.2.3	混合マルコフ劣化モデル	82
4.2.4	ベンチマーキングと相対評価	83
4.3	マルコフ劣化モデル	86
4.3.1	モデル化の前提条件	86
4.3.2	マルコフ推移確率モデル	87
4.3.3	マルコフ劣化モデル	88
4.4	劣化速度の相対評価モデル	91
4.4.1	相対評価とベンチマーキング	91
4.4.2	混合ハザードモデル	92
4.4.3	混合マルコフ劣化モデルの導出	94
4.4.4	混合マルコフ推移確率の推定	95
4.4.5	異質性パラメータの推定	98
4.4.6	相対評価モデル	100
4.5	実証分析	102
4.5.1	データベースの概要	102
4.5.2	推定結果	103
4.5.3	推定結果と考察	108
4.5.4	ハザード率の相対評価	117
4.5.5	実用化への示唆	120
4.6	結言	122
第 5 章	道路障害物に関する苦情発生分析	129
5.1	緒言	129
5.2	本章の基本的な考え方	131

5.2.1	従来の研究概要	131
5.2.2	苦情とリスク管理	132
5.2.3	モデルの基本構成	133
5.3	モデルの定式化	135
5.3.1	モデル化の前提条件	135
5.3.2	道路障害物の到着過程	137
5.3.3	階層的隠れポアソン過程	138
5.4	推計方法	140
5.4.1	データセット	140
5.4.2	完備化操作	141
5.5	アルゴリズム	144
5.5.1	MCMC 法	144
5.5.2	同時事後確率密度関数の推計	145
5.5.3	条件付き事後確率密度関数からのサンプリング法	146
5.5.4	事後分布に関する統計量	151
5.6	適用事例	153
5.6.1	対象道路区間の概要	153
5.6.2	ポアソン発生モデル（道路障害物）	155
5.6.3	ポアソン発生モデル（苦情）	158
5.6.4	潜在変数の推計結果	160
5.7	結言	162
第 6 章 結論		169

図 目 次

1.1	アセットマネジメントの概念図	2
2.1	費用リスク曲線	13
2.2	道路障害物の発生過程	15
2.3	全単位道路区間（94 区間）のサブグループ化	27
2.4	累積放置リスクに関する費用リスク曲線	28
2.5	重点管理区間抽出後の費用リスク曲線	29
2.6	遭遇交通量リスクに関する費用リスク曲線	31
2.7	重点管理区間抽出後の費用リスク曲線	32
2.8	トレードオフ分析	33
3.1	故障事象の履歴データ	46
3.2	ハザード関数の異質性	47
3.3	最尤推定量の推定フロー	57
3.4	タイプ別の生存関数	69
3.5	HDD の生存関数	70
3.6	処理部の生存関数	71
4.1	レーティングと劣化予測モデル	81
4.2	劣化曲線の相対評価	84
4.3	劣化過程	86

4.4	ベンチマーキング劣化曲線	108
4.5	異質性パラメータの推定結果	109
4.6	異質性パラメータと平均交通量の関係	110
4.7	異質性パラメータと床版面積の関係	111
4.8	橋梁別の劣化曲線	112
4.9	Miller Highway 高架橋の劣化特性	113
4.10	278I 高架橋の劣化特性	114
4.11	標準ハザード率の頻度分布	115
4.12	混合指数ハザード率の頻度分布	116
4.13	ハザード率の相対評価	117
4.14	278I 高架橋の確率的劣化分布	118
4.15	Miller Highway 高架橋の確率的劣化分布	119
5.1	苦情の発生メカニズム	134
5.2	局所時点の設定	136
5.3	推計アルゴリズム	149
5.4	事後分布の標本結果（サンプル数：5,000）	156
5.5	道路障害物発生確率分布（旅行速度，貨物車交通量平均）	156
5.6	障害物累積発生確率	157
5.7	事後分布の標本結果（サンプル数：5,000）	159
5.8	苦情発生のポアソン分布（土地区分：DID 地区）	159
5.9	苦情の累積発生確率（土地区分：DID 地区）	160
5.10	累積放置時間（全障害物）	161

表 目 次

2.1	ポワソンガンマ発生モデルの推計結果	25
2.2	記号対応表 (2 章)	36
3.1	モデルのパラメータ設定	52
3.2	タイプ・装置・設置場所別サンプル数	61
3.3	モデルの推計結果	62
3.4	尤度比検定統計量	65
3.5	異質性パラメータ	66
3.6	異質性パラメータ	68
3.7	記号対応表 (3 章)	74
4.1	7 段階レーティング評価基準 [24]	102
4.2	混合マルコフ劣化モデルの推定結果	105
4.3	マルコフ劣化モデルの推定結果	106
4.4	レーティング期待寿命	107
4.5	橋梁特性	112
4.6	記号対応表 (4 章)	124
5.1	苦情分類表	153
5.2	道路障害物および苦情データ概要	154
5.3	ポアソンモデルの推計結果 (道路障害物)	155

5.4	ポアソンモデルの推計結果（苦情）	158
5.5	苦情発生区間における潜在変数の推移	160
5.6	記号対応表（5章）	163

第1章 序論

1.1 研究の背景

近年，高度経済成長期に建設された道路，橋梁などの土木施設の老朽・劣化が懸念されている．そのため，これら土木施設に対する適切な維持管理・補修計画を政策として立案し，国民の安全を守ることが喫緊の課題となってきた．このような現状において，効率的な維持管理・補修計画を立案していくための手段としてアセットマネジメントが着目されている．アセットマネジメントを実践することにより，ライフサイクル費用の最小化を達成するための最適補修戦略を決定することが可能となる．**図-1.1**にアセットマネジメントの概念図を示す．アセットマネジメントは意思決定の時間的視野の違いにより，戦略レベル，戦術レベル，維持補修レベルの3つの階層に分かれるが [1]，**図-1.1**では維持補修レベルでのアセットマネジメントを取り扱っている．**図-1.1**に示すように，アセットマネジメントは大きく3つのプロセスが循環する構造となっており，意思決定をするためには，点検データを用いて（情報部分），劣化予測およびライフサイクル費用を評価する（知識部分）必要がある [1]．すなわち，これまで蓄積されてきた膨大な点検データを最大限に生かし，より正確なライフサイクル費用評価を行うための劣化予測モデルの開発が求められている．

このような中，わが国のアセットマネジメント研究は，目視点検データに基づきマルコフ連鎖モデルを推計するマルコフ劣化ハザードモデルの開発 [2]により，飛躍的に発展してきた．同時に，ハザードモデルをベースとして数多くの統計的

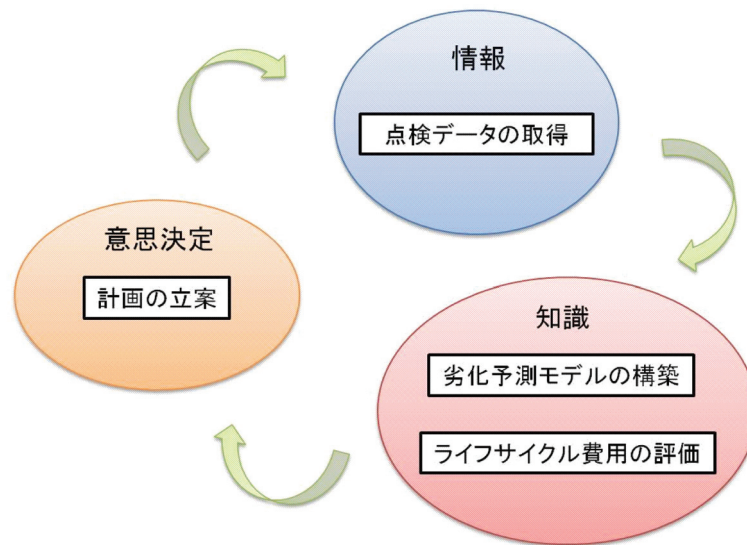


図 1.1: アセットマネジメントの概念図

劣化予測モデルが構築されてきた [3]-[5]。しかし、アセットマネジメントの研究が進み多くのモデルが開発されてきたが、土木施設は多種多様な特性を持つため、点検データの不備がある土木施設や供用開始直後のため点検データが存在しない土木施設など、これまで開発してきたモデルを利用することができない土木施設の存在や、実務的ニーズの高度化により、劣化予測モデルの精緻・高度化が求められてきている。点検データ不足の問題 [6],[7]、観測誤差の問題 [8] など、既に研究が進んでいるものもあるが、土木施設のもつ固有の異質性に関する研究は未だ進んでいない。土木施設の劣化過程は、同一構造・材料特性、かつ使用条件のもとであっても土木施設が置かれている環境条件、施工時の品質等により、多様に異なることが一般的である。これら、劣化過程の異質性を考慮したモデルの開発が必要とされている。

1.2 研究の目的

本論文では、土木施設の持つ固有の異質性に着目し、アセットマネジメントを実践する過程において重要な役割を果たす、事象のモデル化および将来予測部分

に焦点を当てている(2章, 3章, 4章, 5章)。土木施設は多種多様であるため、対象となる土木施設に対して実務要件に応じたモデルを開発し、維持管理者が意思決定を行う際に有益なツールとして利用できるような方法論を構築することを目的としている。また、異質性に着目することで、各事象において通常業務では観測することができない個別の要因を表現し、土木施設の維持管理における特異点を発見、および土木施設の相対評価の実施を可能とし、従来は評価が困難であったものを見える形に表すことで、意思決定の際に有用な役割を果たす指標を提案することを目的としている(4章)。さらに、異質性を考慮したより高度な土木施設のアセットマネジメントシステムを構築するための出発点を築くことを目的とする(5章)。前述したように、土木施設は多種多様であるため、本論文で開発したモデルが全ての異質性を網羅しているわけではない。しかしながら、異質性に関するアセットマネジメント研究の先駆けとして本論文は意義があると言える。

1.3 論文の構成

本論文は6つの章で構成される。2章, 3章, 4章, 5章, いずれの章も、実際のアセットマネジメント業務における問題点を、異質性というキーワードに着目してモデルを構築し、実証分析を通して各モデルの有用性を検証し、実用性を示している。

2章では、道路巡回業務を取り上げている。一定時間ごとに実施される道路巡回業務は、道路巡回頻度を増やせば増やすほど道路の安全性や交通流の確保に支障をきたす事象の発生に迅速に対応することができ、道路障害物を長時間放置するリスクを軽減することができる。一方で、道路巡回頻度を多くすると道路巡回費用の増加を招く。このように道路障害物に対するリスクと道路巡回費用の間にはトレードオフの関係が成立している。そこで、道路障害物に対するリスクを、

異質性を考慮したポワソンガンマモデルによって表現し、道路管理者が道路障害リスクと道路巡回費用の関係を考慮に入れて、望ましい道路巡回方策を作成する方法論を提案している。

次に、**3 章**では、大規模情報システムのアセットマネジメントを取り上げている。大規模情報システムは多くの機器で構成されており、機器のタイプによってハザード率が同一であるとは限らない。したがって、多数のタイプの装置や機器で構成される情報システムの故障解析を実施する場合、異なるタイプの機器間に存在するハザード率の異質性を考慮する必要がある。**3 章**では、このような問題意識のもとに、ハザード率の異質性がガンマ分布に従うようなランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを定式化し、情報システムを構成する多様な機器の故障確率を推計する方法論を提案している。

4 章では、実橋 RC 床版を対象とした実証分析について考察する。土木施設の劣化過程は同一の構造・材料特性、かつ使用条件のもとであっても、土木施設が置かれている環境条件、施工時における品質等により、多様に異なることが一般的である。上述した問題を解決するために、土木施設間の劣化速度の多様性を異質性パラメータを用いて表現する混合マルコフ劣化モデルを提案する。また、標準的な劣化過程を表現するベンチマーキング劣化曲線の作成をし、個別土木施設における劣化速度を相対評価できるような方法論を併せて提案する。

5 章では、再び道路巡回業務を取り上げる。道路管理者は、**2 章**で考慮する通常の道路巡回業務による道路の安全確保とは別に、住民からの通報により実施される応急業務の件数を減らし、利用者の満足度を維持する必要がある。道路巡回頻度を増やすことにより、道路障害物を長時間路上に放置するリスクを軽減することができ、同時に、応急業務の発生頻度や苦情件数を小さくすることが可能である。一方、道路巡回頻度の増加により巡回費用の増加を招き、結果的に社会的

費用が増加してしまう可能性がある．このように，道路障害物および苦情の発生と，道路巡回費用の間にはトレードオフ関係が成立している．そこで，道路管理者が道路障害物発生リスク，および苦情発生リスクの管理目標を設定した上で，定期的な道路巡回費用と応急業務費用で構成される総費用を可能な限り削減する巡回方策を検討するためのツールとして，道路障害物の発生過程，および苦情の発生過程をモデル化する．その際，道路障害物の発生数が多ければ多いほど苦情の発生頻度が大きくなるという時間的異質性を，階層的隠れポアソンモデルとして定式化し，推計する方法論を提案する．

6章では本論文の成果を取りまとめている．

参考文献

- [1] 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司 : 実践的アセットマネジメントと第2世代研究への展望, 土木技術者実践論文集, Vol. 1, pp.67-82, 2010.
- [2] 津田尚胤, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司 : 橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.68-82, 2005.
- [3] 青木一也, 山本浩司, 小林潔司 : 劣化予測のためのハザードモデルの推計, 土木学会論文集, No.791/VI-67, pp.111-124, 2005.
- [4] 青木一也, 山本浩司, 津田尚胤, 小林潔司 : 多段階ワイブル劣化ハザードモデル, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.125-136, 2005.
- [5] 貝戸 清之, 熊田 一彦, 林 秀和, 小林潔司 : 階層型指数劣化ハザードモデルによる舗装ひび割れ過程のモデル化, 土木学会論文集 F, Vol. 63, No. 3, pp.386-402, 2007.
- [6] 津田尚胤, 貝戸清之, 山本浩司, 小林潔司 : ワイブル劣化ハザードモデルのベイズ推定法, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.125-136, 2006.
- [7] 貝戸清之, 小林潔司 : マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定, 土木学会論文集 A, Vol.63, No.2, pp.336-355, 2007.
- [8] 小林潔司, 貝戸清之, 林秀和 : 測定誤差を考慮した隠れマルコフ劣化モデル, 土木学会論文集 D, Vol.64, No.3, pp.493-512, 2008.

第2章 道路障害リスクと道路巡回の合理化方策

2.1 緒言

通常、道路巡回は一定の時間間隔ごとに実施される。道路の巡回頻度を増やすほど、道路の安全性や交通流の確保に支障をきたす事象（以下、道路障害物という）の発生に迅速に対応することができ、道路障害物を長時間放置するリスク（道路障害リスクと呼ぶ）は小さくなる。一方で、道路巡回の頻度を多くすると巡回費用の増加を招く。このように、道路障害リスクと道路の巡回費用の間にはトレードオフの関係があり、管理者は両者の関係を考慮に入れて望ましい道路巡回方策を検討することが必要である。

本章では、所与の予算制約の下で、可能な限り道路障害リスクを小さくするような巡回方策を作成する方法論を提案する。その際、道路障害リスクの管理指標として、巡回時に発見される道路障害物数（累積放置数と呼ぶ）と、道路障害物と遭遇する交通量（遭遇交通量と呼ぶ）を取り上げる。また、道路巡回方策を構成する要因として、1回の巡回において対象とする道路区間（管理基本区間）、個々の管理基本区間における巡回頻度、及び重点的巡回を実施する区間（重点管理区間と呼ぶ）をとりあげる。しかし、これらの要因の組み合わせとして定義される巡回方策は膨大な数となり、中には現実的でないものも数多く含まれる。そこで、本章では、道路管理者が巡回方策を複数個設定するとともに、それらの巡回方策の中から、所与の予算制約の中で道路障害リスクが小さくなるような方策

を絞り込むという現実的な方法論を開発する。

以上の問題意識の下に、本章では所与の予算制約の下で、道路障害リスクを可能な限り小さくするような望ましい巡回方策をヒューリスティックに求める方法論を提案する。以下、**2.2.**で本章の基本的な考え方を説明する。**2.3.**では、望ましい道路巡回方策を求める道路巡回モデルを定式化し、**2.4.**で適用事例を示す。

2.2 本章の基本的な考え方

2.2.1 従来の研究概要

道路巡回は、路上に落下している障害物の撤去や、道路施設の破損・損壊への迅速な対応等を目的として実施される。このような道路障害物が発生する過程はランダム現象であり、その発生過程を確率過程としてモデル化することが可能である。土木工学の分野においても、ランダム到着事象をポワソン過程を用いてモデル化した研究事例は数多い [1]。ポワソン過程は、分析対象とする事象の到着率が確定的な定数で表現されるため、数学的な取り扱いが容易であるという利点がある。しかし、道路障害物には、さまざまな種類が含まれており、そのすべてが同一の到着率に従って発生するとは限らない。さらに、ポワソン過程では、あるサイクル期間に道路障害物が発生する個数の期待値と分散が一致するという制約が存在する。特に、道路障害物の到着個数の期待値が非常に小さい値になった場合、分散も非常に小さい値となり、道路障害物が到着するという事象自体が、特異な現象になるという問題が生じる。すなわち、道路障害物の発生数の分散は、期待値よりもかなり大きいという **over-dispersion** の問題 [2] が発生する。このような **over-dispersion** の問題を解決するためには、道路障害物の到着率の異質性を認めた混合ポワソン過程を用いることが必要である。

混合ポワソン過程に関する研究は、Fisher[3] が先鞭をつけ、その後、各種の拡張が試みられた [4],[5]。また、適用事例として、オペレーショナルリスクの評価

[6]や事故リスクの評価[7]に用いられてきた実績がある。一般に、混合ポワソン過程モデルは、発生確率分布と発生間隔の確率分布を合成するために、モデル構造が非常に複雑になる。しかし、本章で採用するポワソンガンマ発生モデル[2]は、混合ポワソン過程モデルの中で、もっとも簡単なモデル構造を有しており、モデルを解析的に表現できるという利点がある。さらに、道路障害物のリスク管理指標を容易に導出できるという利点も有している。以上の理由により、本章ではポワソンガンマ発生モデルを用いて、道路障害物の発生過程を表現する。なお、本章で用いるポワソンガンマ発生モデルとリスク管理指標は、貝戸らがすでに提案した[8]のものであり、それ自体には新規性はない。

道路巡回頻度は、道路障害リスクと密接な関係がある。道路巡回頻度を減少すれば、巡回費用を低減できる。一方で、道路障害物が長時間放置され、交通事故の発生等の道路障害リスクを増加させる。このように巡回費用と道路障害リスクとの間には、巡回頻度を介してトレードオフの関係が存在する。そこで、本章では、道路障害物の発生過程を混合ポワソン過程としてモデル化し、道路障害リスクを可能な限り小さくすることを目的とした道路巡回方策を検討するための方法論を提案する。筆者の知る限り、道路障害物の実証的な計測結果に基づいて、合理的な道路巡回方策を検討した研究事例は本章以外に見あたらない。

2.2.2 道路障害リスク管理指標

道路管理者は、路線もしくはいくつかの連続する道路区間を対象として道路巡回を行い、道路障害物の除去に務めている。本章では、1回の道路巡回により一括してリスク管理を行う道路区間の集合を管理基本区間と呼ぶこととする。貝戸等は、道路管理者が道路障害リスクを管理する場合、1)道路障害物の発生頻度と、2)道路障害物の社会・経済的重要性という2つの視点が必要となることを指摘している[8]。道路障害物の発生頻度が多い道路区間ほど、道路障害物を頻繁

に除去することが必要となる。一方、交通量の多い道路区間では、わずかな道路障害物でも、それと遭遇する交通量が多い。このため、道路障害物の到着率が同一でも、交通量が多い道路区間ほど頻繁に道路障害物を除去することが必要となる。本章においても、貝戸等が提案したように、1) 巡回時刻において発見する道路障害物数（累積放置数）と、2) 道路障害物と遭遇する総交通量（遭遇交通量）という2種類の道路障害物のリスク管理指標 [8] を採用する。道路障害物は、道路網上の個別地点ごとに生起する局所的な事象である。したがって、対象とする路線や道路網を細分化し、細分化された個々の単位道路区間ごとに道路障害リスクの管理指標を定義することが必要となる。一方、道路管理者は、複数の路線や道路網を同時に管理しており、ネットワーク全体としての道路障害リスクを管理する視点が必要となる。本章では、このような道路障害リスク管理問題の特性に配慮し、道路障害リスクを道路管理者が管理する道路網全体にわたって、可能な限り一様に一定水準以下に抑制するような道路巡回方策について検討する。以上の問題意識に基づいて、本章では個々の単位道路区間において定義されるリスク管理指標の中から、もっとも道路障害リスクが大きいような道路区間のリスクを可能な限り小さくすることにより、結果的に道路網全体における道路障害リスクを一律に小さくするような道路巡回方策を求める **min-max** 計画モデル（以下、道路巡回モデルと呼ぶ）を定式化する。

2.2.3 費用リスク曲線

道路巡回業務の管理指標として、道路障害リスクと巡回費用をとりあげる。これら2つの管理指標の間には、**図-2.1**に示すようにトレードオフの関係が存在する。道路障害リスクの管理指標としては、のちに**2.3.3**で議論するように、累積放置数、および遭遇交通量の **VaR** 指標を取り上げる。ここでは、累積放置数に着目し、道路障害リスクと巡回費用のトレードオフの関係を説明しよう。いま、道

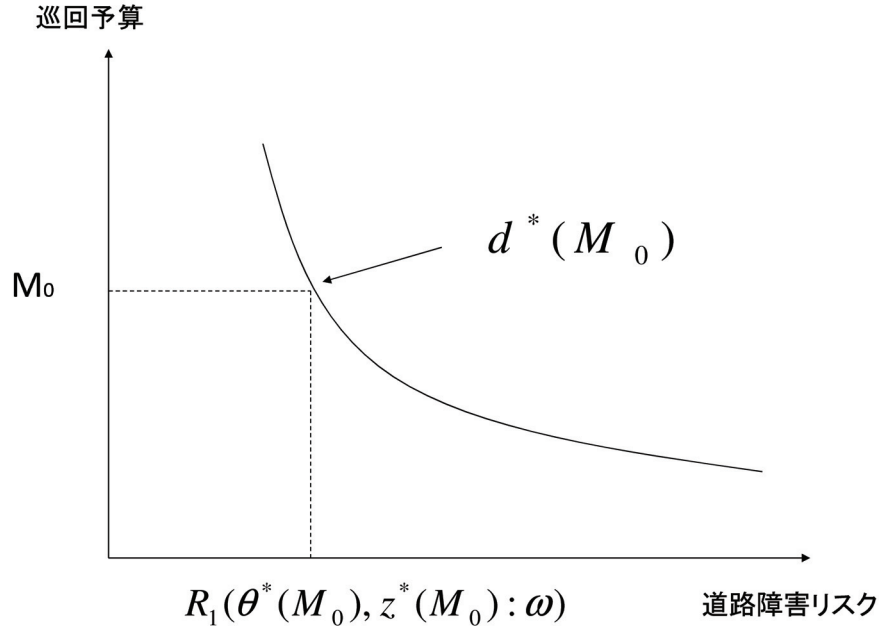


図 2.1: 費用リスク曲線

注) 費用リスク曲線は、巡回予算の上限値 M_0 と、その下でできるだけ効率的に道路巡回を実施したときに実現する道路障害リスク $R_1(\theta^*(M_0), z^*(M_0) : \omega)$ の関係を示したものである。

路網を単位道路区間に細分化しよう。その上で、道路網を連続する一連の単位道路区間で構成される管理基本区間に分割する。道路巡回は管理基本区間単位に実施される。管理基本区間ごとに巡回間隔が異なってもいい。道路巡回方策の代替案を $d_j (j = 1, \dots, J)$ と表そう。道路巡回方策 d_j は、管理基本区間の分割案 θ_j と管理基本区間の巡回間隔を表すベクトル z_j を用いて表現できる。道路巡回方策 $d_j = (\theta_j, z_j)$ を採用したときに、必要となる巡回費用を $C(\theta_j, z_j)$ と表そう。道路巡回方策 d_j が決まれば、各単位道路区間の累積放置リスクを評価できる。各単位道路区間の累積放置リスク指標の中で、もっとも大きい値を $R_1(\theta_j, z_j : \omega)$ と表そう。ただし、 ω は管理上の信頼性を表現するパラメータ（リスク信頼水準）であり、その詳細は **2.3.3** で議論する。

いま、道路巡回予算の上限値 M_0 が与えられたとしよう。道路巡回予算に制約条件が存在するために、すべての道路巡回方策が実行可能なわけではない。いま、巡回予算の上限値 M_0 を満足するような道路巡回方策の中で、もっとも道路障害リスクを小さくするような巡回方策を $d^*(M_0) = (\theta^*(M_0), z^*(M_0))$ と表そう。さらに、道路巡回方策 $d^*(M_0)$ を採用した時に実現する累積放置リスク指標を $R_1(\theta^*(M_0), z^*(M_0) : \omega)$ と表せる。図-2.1 は、巡回予算の上限値 M_0 のそれぞれに対して、実現する累積放置リスク指標値 $R_1(\theta^*(M_0), z^*(M_0) : \omega)$ の関係を例示したものである。このように巡回予算と道路障害リスクの間にはトレードオフの関係が成立する。本章では、図-2.1 に示すようなトレードオフの関係を表す曲線を費用リスク曲線と呼ぶ。現実には、一定期間ごとに道路巡回を実施するため、道路障害リスクを完全になくすことは不可能である。したがって、現実的にはある一定水準の道路障害リスクを受け入れざるを得ない。道路障害リスクに関する信頼水準を決定すれば、費用リスク曲線を用いて、信頼水準を達成するために必要となる道路巡回費用を求めることができる。なお、道路障害リスクの管理指標として、遭遇交通量リスク指標を用いても、図-2.1 と同様な費用リスク曲線を求めることが可能である。

2.3 道路巡回モデル

2.3.1 モデル化の前提条件

本章では、数多くのタイプの道路障害物が異なる到着率で生起し、結果として道路障害物の到着率が確率分布に従って分布すると考える。このような特性を持つ道路障害物の発生過程を、貝戸等が提案したポワソンガンマ発生モデル [8] を用いて表現する。その上で、2.2.2 で議論したように、1) 累積放置リスク指標、2) 遭遇交通量リスク指標という2つのリスク管理指標を定式化する。すでに述べたように、道路障害物の発生は局所的な事象である。このため、まず単位道路

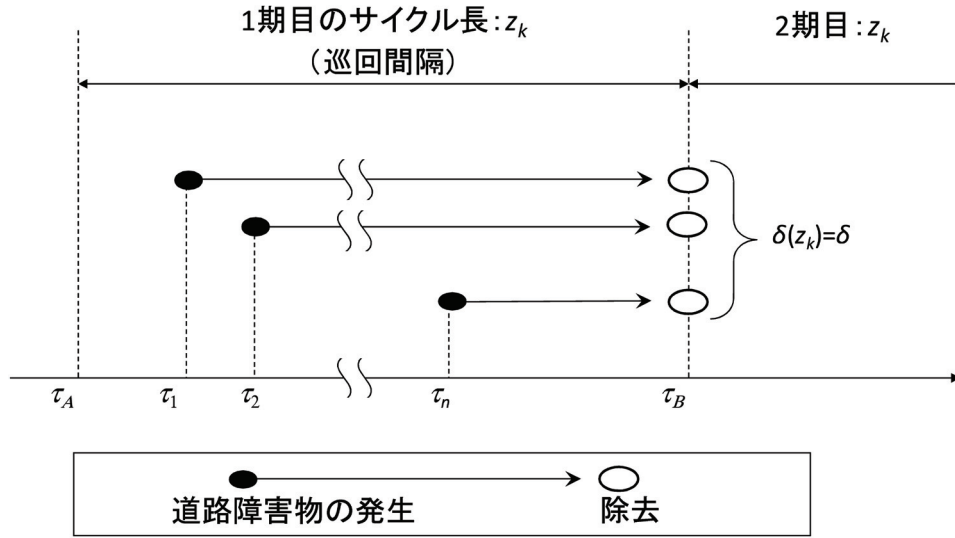


図 2.2: 道路障害物の発生過程

区間 k ($k = 1, \dots, L$) ごとに、リスク管理指標を定義しよう。道路障害物の発生が確率過程に従う場合、巡回時刻で発見される道路障害物の累積放置数は確率的に変動する。ある信頼水準の下で、道路障害物の累積放置数に関するリスク管理を行う場合、道路障害物の累積放置数の確率的変動を考慮できるような VaR (Value at Risk) 指標が必要となる。ついで、遭遇交通量リスク指標を定式化する。道路障害物が長期間路上に放置されると交通事故リスクが増加する。さらに、自動車交通量が多い道路では、累積放置時間が長くなるほど、交通事故リスクも大きくなる。当該道路区間を利用する交通量に関する情報を用いて、2つの巡回時刻の間に路上に放置された障害物と遭遇する延べ交通量を「遭遇交通量」と定義する。

道路障害物の発生過程をモデル化するために、対象とする道路網を構成する各路線を複数の単位道路区間に分割する。さらに、単位道路区間ごとに、道路障害物の発生個数に関する時系列データが利用可能であると考えよう。図-2.2に示すように、各単位道路区間で時間軸に沿って同一の時間間隔を経て道路巡回が実施されると考えよう。時刻 τ はカレンダー上の実時刻を表す。以下、実時刻のこと

を「時刻」と呼ぶ。同図の時刻 τ_A, τ_B, \dots において、道路巡回が実施されている。ある巡回時刻から次の巡回時刻までの期間をサイクルと呼ぶ。隣接する巡回時刻の間の時間間隔をサイクル長と呼ぶ。同図の例では、サイクル長は z_k である。道路巡回が実施され、道路障害物が発見されれば、直ちに障害物が除去される。一方、時刻 τ_1, τ_2, \dots に道路障害物が発生している。しかし、道路管理者は、道路障害物が発生した時刻を観測することができない。時刻 τ_B で道路巡回することにより、図-2.2 に示すように、サイクル期間 $[\tau_A, \tau_B)$ の間に発生した道路障害物の累積放置数のみを観測することができる。

2.3.2 ポワソンガンマ発生モデル

道路障害物の発生過程を、ポワソンガンマ発生モデルを用いて表現する。その詳細は参考文献 [8] に譲るが、ここでは読者の便宜を図るために簡単にその内容を説明する。いま、単位道路区間 k ($k = 1, \dots, L$) における道路障害物の到着率 $\lambda_k > 0$ が、ある確率分布に従うと考えよう。到着率 λ_k を確率変数 ε_k を用いて

$$\lambda_k = \exp(\mathbf{x}_k \boldsymbol{\beta}') \varepsilon_k \quad (2.1)$$

と表す。ただし、 \mathbf{x}_k は単位道路区間 k の特性ベクトル、 $\boldsymbol{\beta}'$ は推計すべき未知パラメータベクトル、 ε_k は、平均 1、分散 ϕ^{-1} のガンマ確率密度関数

$$f(\varepsilon_k : \phi) = \frac{\phi^\phi}{\Gamma(\phi)} \varepsilon_k^{\phi-1} \exp(-\phi \varepsilon_k) \quad (2.2)$$

に従う確率変数である。この時、時間間隔 z_k の下で単位道路区間 k に δ_k 個の道路障害物が発見される無条件確率は

$$\begin{aligned} P(\delta(z_k) = \delta_k) \\ = \left(\frac{\phi}{\phi_k z_k + \phi} \right)^\phi \left(\frac{\phi_k z_k}{\phi_k z_k + \phi} \right)^{\delta_k} \frac{\Gamma(\phi + \delta_k)}{\delta_k! \Gamma(\phi)} \end{aligned} \quad (2.3)$$

と表される。ただし,

$$\varrho_k = \exp(\mathbf{x}_k \boldsymbol{\beta}') \quad (2.4)$$

である。確率分布モデル (2.3) をポワソンガンマ発生モデルと呼ぶ。さらに, $\psi_k = \phi/(\varrho_k z_k + \phi)$ と置けば, 式 (2.3) は, 負の 2 項分布モデル

$$P(\delta_k(z_k) = \delta_k) = \binom{\phi + \delta_k - 1}{\delta_k} \psi_k^\phi (1 - \psi_k)^{\delta_k} \quad (2.5)$$

に帰着する。また, 時間間隔 z_k を与件とした道路障害物の平均発生数 $E[\delta_k|z_k]$ と, 分散 $Var[\delta_k|z_k]$ は

$$E[\delta_k|z_k] = \varrho_k z_k \quad (2.6-a)$$

$$Var[\delta_k|z_k] = \frac{\varrho_k z_k (\varrho_k z_k + \phi)}{\phi} \quad (2.6-b)$$

と表される [2].

2.3.3 道路障害リスク管理指標

まず, 道路障害物の発生確率に着目する。巡回間隔を z_k とした時に, 巡回時刻において観測される道路障害物の累積放置数 δ_k が, ある許容水準 (以下, リスク管理限界と呼ぶ) \bar{U}_k 以上となる確率は

$$P(\delta_k(z_k) \geq \bar{U}_k) = \sum_{m=\lceil \bar{U}_k \rceil}^{\infty} P(\delta_k(z_k) = m) \quad (2.7)$$

と表せる。ただし, $\lceil \bar{U}_k \rceil$ は \bar{U}_k を越える整数の中で最小の整数を表す。道路障害物の発生過程に不確実性があるために, 巡回時刻で観察される道路障害物の累積放置数が, 所与の管理限界を常に満足するとは限らない。そこで, リスク信頼水準 ω と巡回間隔 z_k を所与とした累積放置数に関する VaR 指標を

$$e_k(z_k : \omega) = \arg \max_{U_k} \left\{ U_k \mid P(\delta_k(z_k) \geq U_k) \leq \omega \right\} \quad (2.8)$$

と定義しよう．ただし， \arg は，式 (2.8) の右辺を最大にする U_k を指定する記号である．また，式 (2.8) で示されるように，リスク信頼水準 ω は負の2項分布モデルの信頼区間を表すパラメータである．以下，リスク管理指標 (2.8) を，「(信頼水準 ω の) 累積放置リスク指標」と呼ぶ．

つぎに，路上に放置された障害物と遭遇する車両数に着目する．簡単のために，路上走行車両が一定であると仮定すれば，遭遇車両数の確率分布を求める問題は，障害物が路上に放置される累積時間長の確率分布を求める問題に帰着する．ある巡回時刻を起点とする時間軸を考える．巡回時点 $t = 0$ から，次の巡回時点 $t = z_k$ までの期間の中で $\delta(z_k) = m$ 個の道路障害物が時点 $0 \leq t_k^1 \leq \dots \leq t_k^m < z_k$ に発生したとしよう．この時， m 個の障害物が路上に放置される期間長は，それぞれ $z_k - t_k^s$ ($s = 1, \dots, m$) と表される．単位区間 $[0, 1)$ において互いに独立な一様分布に従って分布する確率変数 u_s ($s = 1, \dots, m$) を定義すれば， m 個の道路障害物の累積放置時間 $T_{sm}(z_k) = \sum_{s=1}^m (z_k - t_k^s)$ に関する条件付確率分布関数は

$$\begin{aligned} P(T_{sm}(z_k) = y_k | \delta_k(z_k) = m) \\ = P\left(\sum_{s=1}^{\delta_k(z_k)} z_k(1 - u_s) \leq y_k \mid \delta_k(z_k) = m\right) \end{aligned} \quad (2.9)$$

と表現できる．導出過程は，参考文献 [8] を参照して欲しい．巡回間隔 z_k の下で，道路障害物の累積放置時間を $T_s(z_k) = \sum_{m=1}^{\delta_k(z_k)} T_{sm}(z_k)$ と表そう．この時，累積放置時間 $T_s(z_k)$ の分布関数 $P(T_s(z_k) \leq y_k)$ は，

$$P(T_s(z_k) \leq y_k) = P\left(\sum_{m=1}^{\delta_k(z_k)} z_k u_m \leq y_k\right) \quad (2.10)$$

と表せる．貝戸等は，累積放置時間の確率密度関数 $\kappa(y_k)$ は，段階的な一様関数

$$\kappa(y_k) = \begin{cases} \lambda(0) & y_k = 0 \\ \lambda(1) & y_k \in (0, z_k] \\ \lambda(2) & y_k \in (z_k, 2z_k] \\ \vdots & \vdots \\ \lambda(l'_k) & y_k \in ((l'_k - 1)z_k, l'_k z_k] \\ \vdots & \vdots \end{cases} \quad (2.11)$$

で表されることを示した [8]．ただし，

$$\lambda(0) = P(\delta(z_k) = 0) = \left(\frac{\phi}{Q_k z_k + \phi} \right)^\phi \quad (2.12-a)$$

$$\lambda(1) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m z_k} P(\delta(z_k) = m) \quad (2.12-b)$$

$$\lambda(2) = \lambda(1) - \frac{1}{z_k} P(\delta(z_k) = 1) \quad (2.12-c)$$

\vdots

$$\lambda(l'_k) = \lambda(1) - \sum_{s=1}^{l'_k-1} \frac{1}{s z_k} P(\delta(z_k) = s) \quad (2.12-d)$$

\vdots

である．累積放置時間の期待値（期待累積放置時間） $E[T_s(z_k)]$ は，

$$E[T_s(z_k)] = \frac{Q_k z_k^2}{2} \quad (2.13)$$

となる．つぎに，遭遇交通量を，道路障害物に遭遇する自動車の期待台数により定義しよう．簡単のために，交通量の到着率を一定と仮定しよう．現実には，時間帯ごとに交通量は変動する．しかし，巡回区間ごとの時間交通量の変動に関する詳細なデータは入手不可能であり，以下では，交通量の到着率を単位道路区間 k の平均交通量 Q_k と仮定し，一定値をとるものとする．この時，期待累積放置時間 $E[S(z_k)]$ を用いて，遭遇交通量 $E[W(z_k)]$ は

$$E[W(z_k)] = Q_k E[T_s(z_k)] \quad (2.14)$$

と表せる．また，リスク信頼水準を ω とする遭遇交通量の VaR 指標（以下，（信頼水準 ω の）遭遇交通量リスク指標と呼ぶ）は，次式であらわされる．

$$f_k(z_k : \omega) = \arg \max_{W_k} \{P(Q_k T_s(z_k) \geq W_k) \leq \omega\}$$

2.3.4 道路巡回モデルの定式化

通常，道路巡回は，ある路線（もしくは複数の路線）をいくつかの管理基本区間に分割し，各管理基本区間ごとに定期的に巡回計画を策定する．管理基本区間は，連続する複数の単位道路区間で構成される．いま，ある道路網における管理基本区間の分割案 $\theta_j (j = 1, \dots, J) \in \Theta$ を

$$\theta_j = \{\Delta_l^j : (l = 1, \dots, L_j)\} \quad (2.15)$$

と定義しよう．ただし， L_j は，分割案 j に含まれる管理基本区間の数， Θ は分割案の集合である．また，分割案 j に含まれる管理基本区間 $\Delta_l^j (l = 1, \dots, L_j)$ に関して， $\Delta_l^j \cap \Delta_{l'}^j = \emptyset (l \neq l')$ が成立する． \emptyset は空集合を表す．管理基本区間 $l (l = 1, \dots, L_j)$ の巡回間隔を z_l^j と表そう．この時，巡回方策の代替案 $d_j \in D$ を，管理基本区間の分割案 θ_j と管理基本区間の巡回頻度ベクトル $z_j = (z_1^j, \dots, z_{L_j}^j) \in Z$ を用いて $d_j = (\theta_j, z_j)$ と表せる．ただし， D は巡回方策の代替案集合， Z は巡回頻度ベクトルの集合である．

a) モデル1の定式化

道路巡回方策を検討するにあたり，管理基本区間を構成する全ての単位道路区間に対して，累積放置リスクを一様に低減することを目標としてとりあげよう．いま，巡回方策 d_j を所与としよう．この時，管理対象とする道路網全体の道路障害物の信頼水準 ω の累積放置リスク $R_1(\theta_j, z_j : \omega)$ は，管理基本区間を構成する単

位道路区間の集合の中で、リスク信頼水準 ω の累積放置リスク指標値の最大値

$$\begin{aligned} R_1(\theta_j, \mathbf{z}_j : \omega) \\ = \max_l \left\{ \max_k \{e_k(z_l^j : \omega) : k \in \Delta_l^j\}, l = 1, \dots, L_j \right\} \end{aligned} \quad (2.16)$$

を用いて定義される。ここで、道路区間 k の巡回頻度は、当該道路区間が含まれる管理基本区間 Δ_l^j の巡回頻度 z_l^j で表現されていることに留意して欲しい。一方、道路巡回頻度 \mathbf{z}_j を実現するために巡回費用が発生する。いま、管理基本区間 Δ_l^j の道路巡回 1 回あたりの道路巡回費用 c_l を $c(\Delta_l^j) = C_l \chi(\Delta_l^j) / \chi(\Delta)$ と表そう。ここに、 C_p は巡回費用、 $\chi(\Delta_l^j)$ は管理基本区間 Δ_l^j の区間延長、 $\chi(\Delta)$ は、道路網全体の総延長である。この時、所与の巡回方策 (θ_j, \mathbf{z}_j) を実現するために単位期間 T 中に発生する巡回費用 $C(\theta_j, \mathbf{z}_j)$ は、

$$C(\theta_j, \mathbf{z}_j) = \sum_{l=1}^{L_j} c(\Delta_l^j) \frac{T}{z_l^j} \quad (2.17)$$

と定義できる。この時、所与の予算制約 M_0 の下で、道路障害物の累積放置リスクをできるだけ小さくするような道路巡回方策を求めるモデル（モデル 1）は、以下のように定式化できる。

$$\min_{(\theta_j, \mathbf{z}_j) \in D} \{R_1(\theta_j, \mathbf{z}_j : \omega)\} \quad (2.18-a)$$

subject to

$$C(\theta_j, \mathbf{z}_j) \leq M_0 \quad (2.18-b)$$

ここに、 D は実行可能な巡回方策の集合である。

b) モデル 2 の定式化

遭遇交通量に関しても、同様にリスク管理目標を定式化できる。管理基本区間 $\Delta_l^j \in \theta_j$ に含まれる単位道路区間 $k \in \Delta_l^j$ におけるリスク信頼水準 ω の期待遭遇リ

スク指標値は $f_k(z_l^j : \omega)$ と表せる．管理基本区間の分割案 $\theta_j = \{\Delta_l^j (l = 1, \dots, L_j)\}$ ，および巡回頻度ベクトル $z_j = \{z_l^j (l = 1, \dots, L_j)\}$ を所与とした時，管理対象とする道路網全体におけるリスク信頼水準 ω の遭遇交通量リスク指標 $R_2(\theta_j, z_j : \omega)$ は，所与のリスク信頼水準 ω に対して，単位道路区間の集合の中で，遭遇交通量リスク指標の最大値

$$\begin{aligned} R_2(\theta_j, z_j : \omega) \\ = \max_l \left\{ \max_k \{f_k(z_l^j : \omega) : k \in \Delta_l^j\}, l = 1, \dots, L_j \right\} \end{aligned} \quad (2.19)$$

で定義される．所与の予算制約 M_0 の下で，遭遇交通量リスクをできるだけ小さくするような道路巡回モデル（モデル2）は，次式で表される．

$$\min_{(\theta_j, z_j) \in D} \{R_2(\theta_j, z_j : \omega)\} \quad (2.20-a)$$

subject to

$$C(\theta_j, z_j) \leq M_0 \quad (2.20-b)$$

2.3.5 トレードオフ分析

道路障害リスク管理指標として，累積放置リスク指標と遭遇交通量リスク指標の双方を同時にとりあげよう．累積放置リスクと遭遇交通量リスクの抑制というリスク管理目標と，巡回費用の低減という目標の間には，トレードオフの関係が存在し，2つのリスク管理目標と巡回費用を同時に低減するような巡回方策は存在しない．そこで，複数目標の内，2つのリスク管理目標に対して重みづけた複合的な目的関数を定式化するとともに，巡回費用の低減という目標を予算制約条件として選択した道路巡回モデルを定式化する．その上で，予算の上限値をパラメータとして変化させると同時に，リスク管理目標に対する重みをシステムアティ

クに変化させ、複数目標間のトレードオフの関係を分析する．このような道路巡回モデル（モデル3）は、

$$\min_{(\theta_j, z_j) \in D} \{ \varsigma R_1(\theta_j, z_j : \omega) + (1 - \varsigma) R_2(\theta_j, z_j : \omega) \} \quad (2.21-a)$$

subject to

$$C(\theta_j, z_j) \leq M_0 \quad (2.21-b)$$

と定式化できる．ここで、予算上限額 M_0 と重みパラメータ ς を所与として、モデル3の最適解を求めよう．モデル3の最適解を $\theta^*(M_0, \varsigma : \omega), z^*(M_0, \varsigma : \omega)$ と表す．最適解 $\theta^*(M_0, \varsigma : \omega), z^*(M_0, \varsigma : \omega)$ を用いて定義される累積放置リスク指標を $R_1(\theta^*(M_0, \varsigma : \omega), z^*(M_0, \varsigma : \omega) : \omega)$ と、遭遇交通量リスク指標を $R_2(\theta^*(M_0, \varsigma : \omega), z^*(M_0, \varsigma : \omega) : \omega)$ と表そう．この時、パラメータ ς の値を $0 \leq \varsigma \leq 1$ の範囲で逐次変化させることにより、所与の予算額 M_0 とリスク信頼水準 ω の下での累積放置リスクと遭遇交通量リスクの間のトレードオフの関係を分析できる．

2.4 実証分析

2.4.1 実証分析の概要

本章で提案したモデルを、国土交通省近畿地方整備局〇国道事務所が管理する一般国道の管理問題に適用した．同整備局では、「道路巡回実施要領（案）」[9]が策定されており、巡回体制、種類、頻度、実施方法等が規定されている．現行の道路巡回体制においては、通常巡回、夜間巡回、定期巡回、異常時巡回の4種類の巡回が実施されている．このうち、本章では、通常巡回と夜間巡回に着目する．本章では、国道A号線（対象区間延長5.0km）、B号線（同6.2km）、C号線（同3.8km）の道路巡回履歴データベースに基づいて道路障害リスクを分析する．同データベースでは、通常巡回、夜間巡回の履歴データ（2004年4月1日～2005年3月31日）が蓄積されている．道路巡回日誌には、道路障害物が発見された

路線、区間および区間通過時刻が記入されている。実証分析の対象とする3路線は、それぞれ38, 42, 14区間の単位区間により構成される。1区間当りの延長は100m~600mである。また、具体的な道路障害物として、落下物と路面異常を取り上げた。分析対象とする期間中（1年間）に、これら3路線の一般国道で発生した道路障害物は、路上落下物が62件、路面異常が73件である。

2.4.2 ポワソンガンマ発生モデルの推計

ポワソンガンマ発生モデル(2.5)において、未知パラメータは β と分散パラメータ ϕ である。ポワソンガンマ発生モデルの説明変数として、数回の試行の結果を踏まえて、最終的に区間延長と平日24時間自動車交通量(大型車)を採用した。すなわち、推計式は

$$\lambda_k = \exp(\beta_1 + \beta_2 x_k^2 + \beta_3 x_k^3) \epsilon_k \quad (2.22)$$

と表される。ただし、 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ はパラメータ、 x_k^2 は単位道路区間 k の延長、 x_k^3 は平日24時間自動車交通量(大型車)を表す。 β_1 は定数項である。巡回サンプル j ($j = 1, \dots, K$)の実測値情報 $\xi = \{\xi^j$ ($j = 1, \dots, K$)}が得られた場合を考える。ただし、 $\xi^j = (\delta_j, z_j, x_j^1, x_j^2, x_j^3)$ であり、 δ_j はサンプル j の道路障害物数、 z_j は巡回頻度である。最尤推定法を用いて、ポワソンガンマ発生モデルのパラメータを推計する。このため、対数尤度関数[4],[5]を

$$\begin{aligned} & \ln\{\mathcal{L}(\beta, \phi : \xi)\} \\ &= \sum_{j=1}^K \left\{ \sum_{m=0}^{\delta_j-1} \ln(\phi + m) + \delta_j \ln(\rho_j \bar{z}^j) \right. \\ & \quad \left. - (\delta_j + \phi) \ln(\rho_j \bar{z}^j + \phi) + \phi \ln \phi - \ln \delta_j! \right\} \end{aligned} \quad (2.23)$$

と定式化しよう。ポワソンガンマ発生モデルの推計にあたり、28,294個の通常巡回の履歴データを用いた。対数尤度関数(2.23)の最大化問題を解くことにより、パラ

表 2.1: ポワソンガンマ発生モデルの推計結果

	β_1	β_2	β_3	ϕ
最尤推定量 (t 値)	-15.3 (-19.1)	4.61 (-4.75)	0.0003 (-2.98)	0.0855 (-2.14)
対数尤度	-826.1124			
尤度比	0.9274			

メータの最尤推定量を求めた。推計結果を t 値とともに表-2.1 に示している。ポワソンガンマ発生モデルは離散分布であり、道路障害物の発生数は整数値をとる。しかし、本適用事例のように、道路障害物の発生確率が比較的小さい道路網では、道路障害リスクをきめ細かく検討する必要がある。そこで、区間 $[\delta_k(z_k), \delta_k(z_k)+1]$ を幅 0.01 の 100 区間に分割し、道路障害物の発生数が $\{\delta_k(z_k)+j/100\}(j=0,1,\dots,99)$ となる確率を、

$$\begin{aligned}
& P\left(\delta_k(z_k) + \frac{j}{100}\right) \\
&= P(\delta_k(z_k)) - \frac{j}{100} \{P(\delta_k(z_k)) - P(\delta_k(z_k) + 1)\}
\end{aligned} \tag{2.24}$$

とした。巡回間隔を z_k とした時に、巡回時刻において観測される道路障害物の累積放置数 $\{\delta_k(z_k) + j/100\}$ が、リスク管理限界 \bar{U}_k 以上となる確率は、

$$\begin{aligned}
& P\left(\delta_k(z_k) + \frac{j}{100} \geq \bar{U}_k\right) \\
&= P\left(\delta_k(z_k) + \frac{j}{100}\right) + \sum_{m=\lceil \bar{U}_k+0.01 \rceil}^{\infty} P(\delta_k(z_k) = m)
\end{aligned} \tag{2.25}$$

と表される。

2.4.3 道路巡回方策の検討プロセス

道路巡回方策は、管理基本区間分割、巡回頻度等の組み合わせにより定義できるが、これらの組み合わせの数は膨大となる。そこで、対象とする道路網の形状、巡回業務の実現可能性などの実務上の制約や、重点管理区間を設定する上での効

率性を考え、管理基本区間を構成した。当然のことながら、すべての道路巡回方策を網羅しているわけではないため、このような方法で最適巡回方策が求まる保証はない。しかし、限られた予算の中で、可能な限り道路障害リスクを抑制するような望ましい巡回方策を求めることは可能である。本章で提案する道路巡回方策の検討プロセスは、以下のような手順に整理できる。

ステップ1

対象とする道路網を、巡回ルートが構成可能な連続する単位道路区間の集合（以下、サブグループと呼ぶ）に分割する。管理基本区間数を $L = 1$ に設定する。管理基本区間数の上限値 \bar{L} を設定する。

ステップ2

ステップ1において構成されたサブグループの中から連結するサブグループを組み合わせ、 L 個の管理基本区間を構成する。

ステップ3

L 個の管理基本区間の代替案集合に対して、道路巡回モデルを用いて望ましい巡回方策案を求める。

ステップ4

$L = \bar{L}$ の場合、ステップ5に進む。そうでない場合は、 $L = L + 1$ とし、ステップ2へ戻る。

ステップ5

管理基本区間数を変化させた各ケースに対して、もっとも目的関数値が小さくなるような管理基本区間分割案と巡回頻度ベクトルを道路巡回方策を選択する。

ステップ6

単位道路区間の中で、リスク管理指標が特に大きい区間を重点管理区間に設定し、残りの単位道路区間の集合に対して、上述のステップ1からステップ5を適

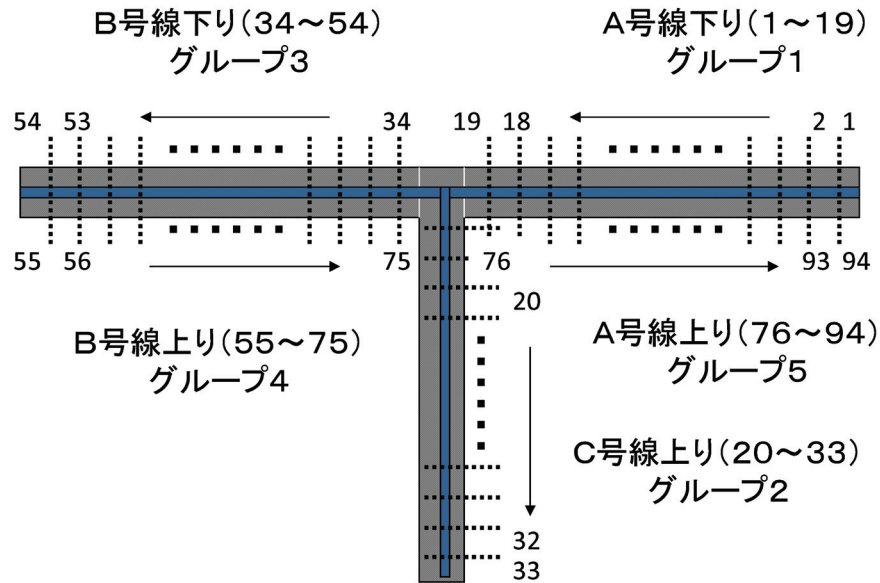


図 2.3: 全単位道路区間（94 区間）のサブグループ化

用する.

2.5 最適巡回方策モデルの分析結果

本適用事例で対象とする道路網を図-2.3 に示している. 94 個の単位道路区間を国道 A 号線下り (サブグループ 1), 同上り (サブグループ 5), 国道 C 号線上り (サブグループ 2), 国道 B 号線上り (サブグループ 4), 同下り (サブグループ 3) の合計 5 つのサブグループに分割した. これらのサブグループを組み合わせ, 管理基本区間の分割案を作成した. 管理基本区間数の上限値を $\bar{L} = 3$ に設定しよう. 管理基本区間数 1, 2, 3 のそれぞれに対して, サブグループを網羅的に組み合わせることにより管理基本区間分割案を作成した.

実際の道路巡回の実績データに基づいて, 単位距離当たりの道路巡回費用を 33,920 円に設定した. その上で, 予算上限額と管理基本区間数を所与として, モデル 1 を用いて, リスク信頼水準 $\omega = 0.01$ における累積放置リスクを最小とするような道路巡回方策を求めた. さらに, 管理基本区間数を固定した上で, 予算上

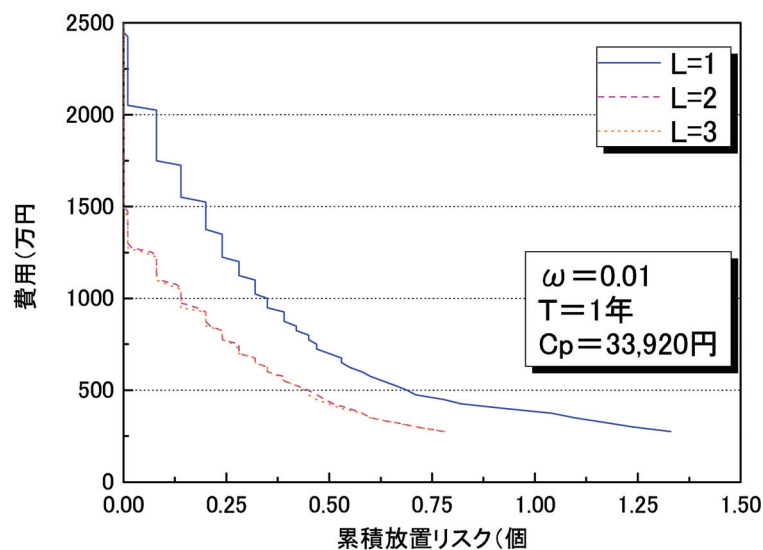


図 2.4: 累積放置リスクに関する費用リスク曲線

限額を逐次変化させることにより，リスク信頼水準を $\omega = 0.01$ とした累積放置リスクに関する費用リスク曲線を求めた．その結果を，図-2.4 に示している．図中の実線は，管理基本区間数を 1 に設定した場合に該当する．管理基本区間数が 1 の場合，すべてのサブグループに対して同一の巡回頻度を設定することになる，図中の実線で示される費用リスク曲線上の各点に対して，それぞれ最適な道路巡回頻度が対応している．例えば予算上限額を 1225 万円としよう．これは，本事例で対象とする道路網に充てられる概算予算の平均値を取ったものであり，現行の 1 日 1 回の巡回を実施するために必要な金額である．この時，累積放置リスク指標値 $R_1(\theta^*(1225), z^*(1225) : 0.01)$ は 0.24 個となるが，この点は巡回間隔を 1 日 ($z_i = 1$) に設定した場合に対応している．同図の破線は，管理基本区間数を 2 に設定した場合の費用リスク曲線を表している．管理基本区間数を 2 とした場合，可能なサブグループの組み合わせの数は 15 個となる．2 つの管理基本区間のそれぞれにおいて，異なる道路巡回頻度を採用することができる．たとえば，管理基

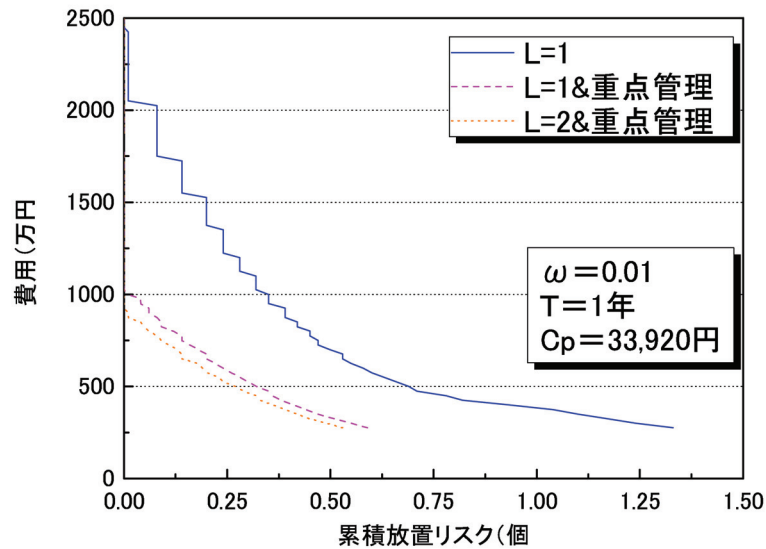


図 2.5: 重点管理区間抽出後の費用リスク曲線

本区間数が 1 の場合と同じように、予算上限額を 1225 万円に設定しよう。この時、管理基本区間の分割案は $\{3,4\}\{1,2,5\}$ となり、2 つの管理基本区間における巡回間隔はそれぞれ 0.7 日、2.2 日である。また、累積放置リスク指標値は 0.08 個となる。このように、累積放置リスクの大きい管理基本区間 $\{1,2,5\}$ の道路巡回頻度を多くすることにより、効率的な道路巡回が可能となる。その結果、同一の予算の下においても累積放置リスクを減少させることが可能である。なお、同図には、基本管理数を 3 に設定した場合の費用リスク曲線も描いている。しかし、管理基本区間数を増加しても、費用リスク曲線は、わずかながら下方にシフトするが、その改善効果はそれほど大きくない。管理基本区間数を増加させれば、それだけ道路巡回業務が煩雑になり、得策ではない。そこで、以下の分析では、管理基本区間数が 3 以上となる場合をとりあげないこととする。

つぎに、以上で求めた道路巡回方策をベンチマーキングとして、単位道路区間の中で特に累積放置リスクの大きい区間を重点区間として抽出し、道路巡回の効率

性を改善できるかどうかを検討しよう。いま、ベンチマークとなる時間間隔 z_k^* を与件とした道路障害物の平均発生数 $E[\delta_k|z_k^*]$ と、分散 $Var[\delta_k|z_k^*]$ が式 (2.6-a),(2.6-b) で表されることに留意しよう。いま、道路区間 k で観測された道路障害物の平均値を $E[\delta_k]$ とし、累積放置リスクの信憑性 $[8]\Lambda^k$ を

$$\Lambda^k = \frac{E[\delta_k'] - E[\delta_k|z_k^*]}{\sqrt{Var[\delta_k|z_k^*]}} \quad (2.26)$$

と定義しよう。各単位道路区間ごとに累積放置リスクの信憑性を評価した結果、管理基本区間 {3,4} に含まれる道路単位区間 (45,46) と (63,64) が大きい値を示した。そこで、これらを重点管理区間としてとりあげた。さらに、残りの単位道路区間の集合に対して、モデル1を用いて効率的な道路巡回政策を求めた。その結果を図-2.5に示している。図-2.4に示した費用リスク曲線と比較して、費用曲線全体が下方にシフトしている。例えば、管理基本区間数を1とし、重点管理区間の巡回間隔を0.5日に設定しよう。予算1225万円の下では、重点管理区間を除いた残りの管理基本区間の巡回頻度は1.5日となり、累積放置リスク指標値は、ほぼ0個に抑えることができる。ただし、重点管理区間に関して巡回間隔を0.5日に設定している。さらに、予算額が1025万円まで減少しても、累積放置リスク指標値は、ほぼ0の水準に抑制できる。管理基本区間を2とした時には、巡回予算が925万円となっても、累積放置リスク指標値を、ほぼ0に抑制できる。その場合、重点管理区間の巡回間隔は0.5日であり、管理基本区間 {3,4} の巡回間隔は1.5日、{1,2,5} の巡回間隔は2.0日となる。累積放置リスクの抑制を管理目標として取り上げた場合、重点管理区間を設定するとともに、2つの管理基本区間を設定し、巡回頻度を差別化することにより、道路巡回の効率化を達成できる。つぎに、リスク管理目標として遭遇交通量リスクの抑制を取り上げよう。図-2.6には、管理基本区間数を1, 2, 3とした場合の、遭遇交通量リスクと巡回費用の関係を表す費用リスク曲線を示している。管理基本区間数を1として、現行通り1日1

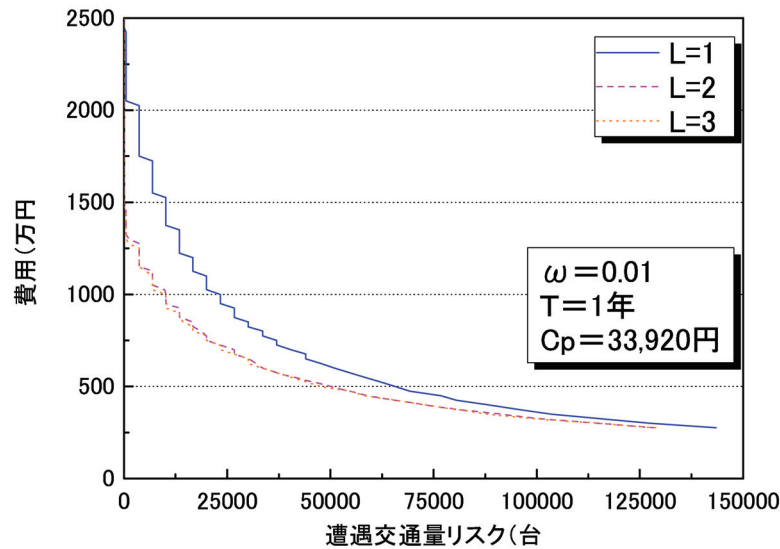


図 2.6: 遭遇交通量リスクに関する費用リスク曲線

回の巡回を行えば、巡回費用は 1225 万円であり、リスク信頼水準 $\omega = 0.01$ の遭遇交通量リスクは 13,400 台となる。同図に示すように、現行予算を確保しつつ、管理基本区間を 2 つに分割することにより、遭遇交通量リスクを 3,700 台にまで抑制することが可能となる。そのためには、管理基本区間分割を $\{3,4\}\{1,2,5\}$ とし、巡回間隔をそれぞれ、0.7 日、1.7 日と設定することが必要である。さらに、管理基本区間数を 3 個に増加させたとしても、遭遇交通量リスクは 3,700 台となり、管理基本区間数を 2 個に設定した場合に対して改善効果は見られない。したがって、管理基本区間数を 3 個以上に設定する計算ケースはとりあげない。図-2.7 に遭遇交通量リスクの大きい区間を重点管理区間に設定した場合の費用リスク曲線を示している。遭遇交通量リスクの抑制をリスク管理目標に設定した場合においても、単位道路区間 (45,46) と (6 3,64) が重点管理区間として抽出されている。重点管理区間を設定することにより、現行の予算 1225 万円が与えられた時、遭遇交通量リスクをほぼ 0 にまで減少することが可能となる。さらに、管理基本区間数

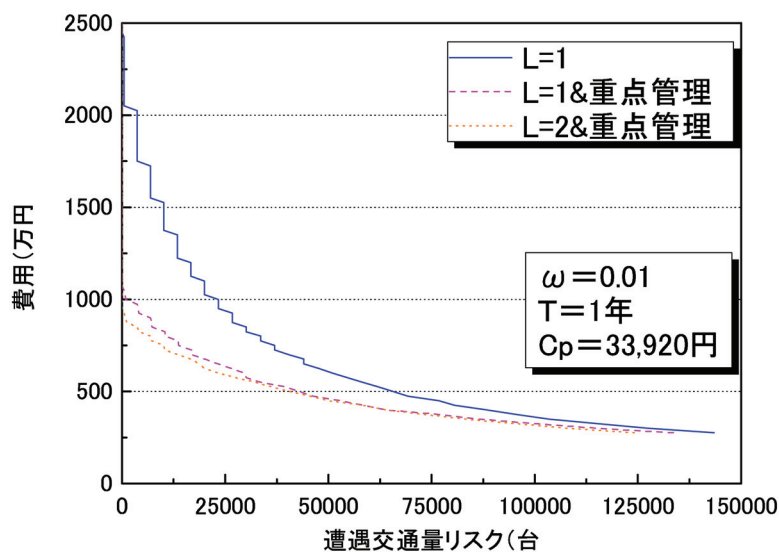


図 2.7: 重点管理区間抽出後の費用リスク曲線

が 1 の場合には巡回予算を 1075 万円まで、管理基本区間数が 2 の場合には、巡回予算を 950 万円まで減少させても遭遇交通量リスクをほぼ 0 に抑制できる。ただし、管理基本区間数が 1 の場合、重点管理区間では、巡回頻度は 0.5 日、それ以外の管理基本区間の巡回間隔は 1.4 日である。また、管理基本区間数が 2 となる場合、重点管理区間では 0.5 日、管理基本区間 {3,4} では 1.4 日、区間 {1,2,5} では 1.9 日となる。遭遇交通量リスクをリスク管理指標とする場合でも、重点管理区間を設定するとともに、2 つの管理基本区間を設定することが望ましい。通常、累積放置リスクを抑制する道路巡回政策と、遭遇交通量リスクを抑制する道路巡回政策は一致しない。例えば予算を 300 万円としよう。モデル 1 を用いて、リスク信頼水準 $\omega = 0.01$ における累積放置リスクを最小とするような道路巡回政策を実施すると、累積放置リスクは 0.49 個となるが、遭遇交通量リスクは 183,000 台となる。一方、モデル 2 を用いて、リスク信頼水準 $\omega = 0.01$ における遭遇交通量リスクを最小とするような道路巡回政策を実施すると、遭遇交通量リスクは

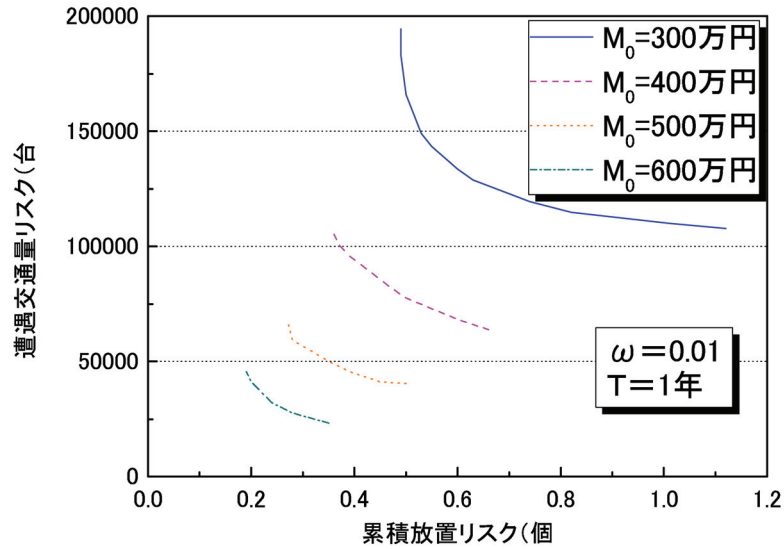


図 2.8: トレードオフ分析

107,800 台となり、累積放置リスクは 1.12 個である。このように、累積放置リスクと遭遇交通量リスクにはトレードオフの関係が存在する。そこで、予算上限額を固定し、リスク信頼水準を $\omega = 0.01$ とし、モデル 3 を用いて 2 つのリスク管理目標のトレードオフの関係を分析した。さらに、予算上限額を変化させ、各予算におけるトレードオフの関係を分析した。その結果を、**図-2.8** に示す。図中の曲線上の各点は、モデル 3 におけるパラメータ ς の値を $0 \leq \varsigma \leq 1$ の範囲で逐次変化させた時の目的関数を最小とするような累積放置リスク、遭遇交通量リスクの組み合わせを示している。したがって、道路管理者は図中の任意の点を選ぶことで、予算、各リスク管理指標のトレードオフ関係を考慮した望ましい道路巡回政策を検討することができる。

本章では、道路障害リスクと巡回費用の関係を考慮して、道路管理者が望ましい道路巡回方策を検討するための方法論を提案した。しかし、本適用事例では、固定費用に比べて変動費用が極めて小さかったために、巡回費用として固定費用

のみを用いている。変動費用の影響を無視できない場合には、変動費用を考慮する必要性が出てくるであろう。また、道路巡回業務においては道路障害物の有無だけではなく、道路の不法占有の有無や、歩道、街路樹等、道路に付属する施設・資産に起因するリスク等も同時に点検されている。道路巡回方策の決定にあたっては、道路障害リスクだけでなく、道路施設をとりまく種々のリスクを総合的に判断することが必要であることは論を待たない。しかし、本章における実証分析を通じて、道路巡回方策を高度化することにより、さらに道路障害リスクを効率的に抑制する可能性があることを示すことができたと考える。

2.6 結言

本章では路上落下物、路面の変状、道路付帯施設の破損、損壊等の道路障害リスク信頼水準を設定するとともに、道路障害リスクを可能な限り小さくすることを目的とした道路巡回方策を求める方法論を提案した。具体的には、道路障害物の発生過程を混合ポワソン過程モデルで表現した。道路障害リスク管理指標として、1) 累積放置リスク、2) 遭遇交通量リスクという2つの指標をとりあげた。その上で、所与の予算制約の下で、これらのリスク管理指標に基づいて望ましい道路巡回方策を決定する方法論を提案した。さらに、一般国道を対象とした適用事例により、道路障害リスクを考慮して管理基本区間を設定することにより、所与の予算制約の下で道路障害リスクを効果的に削減できることを示した。さらに、道路障害リスクの大きい区間を重点的に管理することにより、道路巡回の効率化を達成できることを実証的に明らかにした。本章で提案した方法論は、実用性の高いものであるが、今後以下のような課題が残されている。第1に、本章では、一般国道の特定路線を対象として適用分析を実施したものである。多様な道路特性変数を考慮に入れるためには、今後幅広い路線にまたがって巡回データを収集

するとともに、本章で提案した方法論を用いた適用事例を蓄積することが必要である。第2に、本章では、巡回間隔の長短により、到着率の確率分布が影響を受けないという仮定を採用している。しかし、巡回間隔や道路特性、道路巡回方策により道路障害物の発生リスクが影響を受ける可能性を否定できない。この種の問題に対処する方法として、道路巡回方策や道路特性を説明変数としてポワソンガンマ発生モデルの分散パラメータ ϕ を推定する方法が考えられる。最後に、リスク管理限界の決定方法に関して検討することが必要である。たとえば、瑕疵責任事故、住民や利用者からの苦情等の発生件数と道路障害リスクの関係を分析することにより、望ましいリスク信頼水準を決定するための情報を求めることが必要である。また、本章で提案した手法は、道路施設だけでなく、他の交通施設の巡回方策の検討にも適用可能である。その場合、それぞれの交通施設の特性に応じたリスク管理限界の設定が重要な検討課題となろう。

なお、本章の遂行にあたり、国土交通省近畿地方整備局道路管理課より多大な援助を頂いた。

表 2.2: 記号対応表 (2章)

道路巡回方策の代替案	d
道路巡回方策の代替案の集合	D
管理基本区間の分割案	θ
管理基本区間の分割案の集合	Θ
巡回間隔	z
巡回間隔ベクトルの集合	Z
道路巡回方策を実施するのに必要な巡回費用	C
管理基本区間に対する道路巡回1回あたりの巡回費用	c
巡回費用	C_p
リスク信頼水準	ω
道路巡回予算の上限値	M_0
累積放置リスク指標	e
信頼水準 ω の累積放置リスク指標	R_1
遭遇交通量リスク指標値	f
信頼水準 ω の遭遇交通量リスク指標	R_2
単位道路区間	k
カレンダー時刻	τ
道路障害物の個数を表す状態変数	δ
道路障害物の個数	m
道路障害物の到着率	λ
道路障害物の平均的到着率	ϱ
ガンマ分布に従う確率変数	ε
ガンマ分布の分散パラメータ	ϕ
特性ベクトル	\mathbf{x}
未知パラメータベクトル	$\boldsymbol{\beta}$
リスク管理限界	U
巡回時間	t
一様分布に従って分布する確率変数	u
道路障害物の累積放置時間	T_s
累積放置時間の確率密度関数	κ
平均交通量	Q
遭遇交通量	W
管理基本区間	l
管理基本区間の区間延長	χ
重みパラメータ	ς
巡回サンプルの実測値情報	ξ
累積放置リスクの信憑性	Λ

参考文献

- [1] Mikosch, T.: *Non-Life Insurance Mathematics*, Springer, 2000.
- [2] Cameron, A.C. and Trivedi, P.K.: Regression-based tests for overdispersion in the Poisson model, *Journal of Econometrics*, Vol.46, pp.347-34, 1990.
- [3] Fisher, R.A.: The negative binomial distribution, *Annals of Eugenics*, Vol.11, pp.182-187, 1941.
- [4] Lawless, J.F.: Negative binomial and mixed Poisson regression, *Canadian Journal of Statistics*, Vol.15, pp.209-225, 1987.
- [5] Piegorsch, W.W.: Maximum likelihood estimation for the negative binomial dispersion parameter, *Biometrika*, Vol.46, pp.863-867, 1990.
- [6] Cruz, M.G.: *Modelling, Measuring and Hedging Operational Risk*, Wiley, 2002.
- [7] Lord, D. and Persaud, B.N.: Accident prediction models with and without trend: Application of the generalized estimating equations procedure, *Transportation Research Record*, Vol.1717, pp102-108, 2000.
- [8] 貝戸清之, 小林潔司, 加藤俊昌, 生田紀子: 道路施設の巡回頻度と路上障害リスク, 土木学会論文集 F, Vol.63, No.1, pp. 16-34, 2007.
- [9] 国土交通省近畿地方建設局: 道路巡回実施要領 (案), 1981.

第3章 ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル：大規模情報システムへの適用

3.1 緒言

大規模な社会基盤施設では、オペレーションの効率化や利用者への迅速な情報提供を目的として、各種のモニタリング装置、コンピュータ・出力装置で構成される情報システムが設置されている。情報システムのアセットマネジメントは、社会基盤施設と同様に重要な問題である。情報システムのアセットマネジメントで留意すべき点として、1) 情報システムが膨大な数の機器群で形成される大規模システムであること、2) システムが階層構造を有しており、個々の機器の故障が施設全体の故障に発展する可能性があること、3) 情報システムの物理的劣化だけでなく、陳腐化等に代表されるようにシステムの機能的劣化も重要な管理項目となること等があげられる。

情報システムのアセットマネジメントを実施する場合、**3.2.2**で議論するように、1) 機器レベル、2) 機能レベル、3) システムレベルという、マネジメントレベルの差異に配慮することが必要である。アセットマネジメントの視点としては、後者になるほど、より総合的な検討が必要となる。このうち、本章では、大規模情報システムを構成する機器レベルの故障解析を実施するためのランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを開発する。もとより、情報システムのアセットマネジメントを実施するためには、個々の機器レベルでの故障解析では不十分で

第3章 ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル：大規模情報システムへの適用

あり、上述の3つの課題を同時に達成できるような方法論を開発することが必要である。その中で、本章で提案する機器レベルでの故障解析モデルは、大規模情報システムの総合的なアセットマネジメントシステムを構築するための基本的な分析道具として位置づけられる。

情報システムは多くのタイプの機器で構成されている。これらの機器は、故障確率が時間に依存せず一定となる偶発故障系機器と、時間とともに増大する消耗故障系機器に大別できる。一般に、偶発故障系機器の故障過程に対しては、瞬間の故障確率密度を表すハザード率が時間に依存しない指数劣化ハザードモデル（あるいは、故障事象のポワソン到着モデル）によって定式化が可能である。これに対して、消耗故障系機器の場合には、ハザード率の時間依存性を考慮した非斉次型ハザードモデルが必要となる。消耗故障系機器においては、システム導入期より時間が経過するにつれて故障率が増加するという特性がある。したがって、情報システムの更新や改変に関わる意思決定を行うためには、消耗故障系機器の劣化過程に関する情報が必要となる。このため、本章では消耗故障系機器に焦点を絞り、時間とともに故障率が増加するメカニズムを代表的な非斉次型ハザードモデルとして知られているワイブル劣化ハザードモデルを用いて解析する。しかし、大規模情報システムは、多くの機器で構成されており、機器のタイプによって、ハザード率が同一であるとは限らない。したがって、多数のタイプの装置や機器で構成される情報システムの故障解析を実施する場合、異なるタイプの機器間に存在するハザード率の異質性を考慮することが重要となる。本章では、このような問題意識の下に、ハザード率の異質性がガンマ分布に従うようなランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを定式化するとともに、情報システムを構成する多様な機器の故障確率を推計する方法論を提案する。

以上の問題意識の下に、本章では、消耗故障系機器の故障発生過程を表現する

ためのランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを提案し、実際の故障履歴データを用いて故障発生確率を推計する。以下、**3.2.**で本章の基本的な考え方を説明する。**3.3.**で、ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを定式化し、モデルの推計方法について考察する。**3.4.**では、高速道路の交通管制情報システムを対象とした適用事例を示す。

3.2 本章の基本的な考え方

3.2.1 従来の研究概要

ハザードモデルは、信頼性解析の分野で施設や機械の寿命を予測するモデルとして開発され、信頼性解析のみならず多くの分野で適用事例が報告されている。また、ハザードモデルの推計方法に関しても研究成果が蓄積されており、その結果はいくつかの成書 [1],[2] に詳しい。ハザードモデルとして、多くの関数が提案されているが、時間とともに故障率が増加するような代表的な非斉次型ハザードモデルとしてワイブルハザードモデルが提案されている。ワイブルハザードモデルは、故障解析の分野で豊富な適用実績がある。アセットマネジメントの分野でも、例えば Shin and Madanat[3] は、道路舗装のひび割れ開始時刻を予測するためのワイブル劣化ハザードモデルを提案している。また、青木等 [4] はトンネル照明を対象として、ワイブル劣化ハザードモデルの有効性について実証的に検証している。さらに、劣化状態が複数の健全度で表現されるような施設の劣化予測を行うことを目的とした劣化ハザードモデルもいくつか提案されている。たとえば、津田等は劣化過程による健全度間の垂直的な推移関係を多段階指数ハザードモデルにより記述し、橋梁部材の劣化過程を記述するマルコフ推移確率を推計する方法を提案している [5]。また、劣化過程が使用時間という過去の履歴に依存するような多段階ワイブル劣化ハザードモデルが開発されている [6]。さらに、点検

第3章 ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル：大規模情報システムへの適用

データの蓄積に応じて、劣化ハザードモデルをベイズ更新する方法論も提案されている [7],[8].

伝統的なハザード解析では、対象とするシステムがすべて同質の要素で構成されていると仮定し、あるハザード関数に従ってランダムに到着する故障事象をモデル化することを目的としている。ハザード解析では、ランダムな故障事象の発生過程をモデル化するが、その際にハザード関数という確定的モデルを用いる。しかし、本章の実証分析で対象とするような大規模情報システムは、極めて多くの種類の機器で構成される複雑な構造を有している。大規模情報システムを管理・運営する上で、これらの数多くある個々の機器ごとの取替え戦略や備蓄方策を検討することが重要な課題となる。しかし、これらの機器の故障率が、すべて同一のハザード率で表現できるとは限らない。むしろ、機器の種類ごとのハザード率は、多様に異なると考えた方が自然であろう。このように機器の種類によるハザード率の異質性を表現する方法として、1) 機器特性の相違をダミー変数で表現する方法、2) ハザード率の確率分布を考慮する方法が考えられる。前者の方法は、簡便で分かりやすいという利点がある。その一方で、機器の種類が増加するにつれて、機器特性を表すダミー変数の数が増加し、モデルの推計結果の効率性が著しく低下するという問題がある。実際に、大規模情報システムは、タイプと装置でカテゴリー分類された同一種の機器であっても、さらに用途や設置場所などの相違によって劣化特性が異なり、極めて細分化された劣化特性を有する機器構成となる。ハザードモデルにおいて、このような細分化された劣化特性を、ダミー変数を用いて表現することは实际的ではない。そこで、本章では後者の方法を採用し、機器の種類によるハザード率の異質性を確率分布で表現するようなランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを用いて、情報システムを構成する機器群の故障過程をモデル化する。

ハザード率の異質性を考慮したハザード解析に関しても、研究が蓄積されている。特に、個々のサンプルごとにハザード率の異質性が存在するような混合ハザードモデルに関しては膨大な研究の蓄積がある [9]-[14]。混合ハザードモデルでは、ハザード関数を支配する異質性パラメータが、ある確率密度関数に従って分布すると考える。その上で、混合ハザードモデルを、ハザード関数と異質性パラメータの確率分布の確率的コンボリューションにより定義する。通常のポワソン過程では、稀少事象の発生率の平均と分散が同一の値をとるという限界がある。このためポワソン過程において、発生率の分散の表現方法の自由度を増加させるために混合ポワソン過程モデルの研究が進展した [15]-[17]。また、貝戸等は路上障害物の到着過程を混合ポワソン過程としてモデル化するなど、アセットマネジメントへの適用事例 [18] が現れている。偶発故障系機器の故障解析においては、機器による故障率の異質性を反映した混合ポワソン過程モデルが有効である。しかし、情報システムを構成するモニター群、入出力機器群、CPU 等々は、消耗故障系機器であり、ワイブルハザード率の異質性を考慮することが必要である。本章では、ワイブルハザード率の異質性をガンマ分布で表現したようなランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを提案する。ガンマ分布は、その特殊系として指数分布を含むような一般的な指数系確率分布であり、広範囲の確率分布を表現する特性を持っている。さらに、ワイブル分布とガンマ分布の確率的コンボリューションが容易であり、ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを解析的に導出できるという利点がある。このため、実用性の面でも、優れた特性を有していると考えることができる。

3.2.2 大規模情報システムの劣化過程

土木施設を支援する多くの情報システムは、極めて多くの機能を有する大規模情報システムとなっている。このような大規模情報システムのアセットマネジメ

第3章 ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル：大規模情報システムへの適用

ントを実施する場合、情報システム自体の機能劣化を評価するとともに、土木施設が有するサービス水準や機能水準の向上戦略と同時に、情報システム自体の更新・拡張戦略を検討することが必要となる。このため、土木施設を支援する大規模情報システムのアセットマネジメントでは、**3.1.** で言及したように、1) 機器レベル、2) 機能レベル、3) システムレベルという3つのレベルにおいて、維持・補修、更新・拡張戦略を検討することが必要となる。このうち、本章では、機器レベルのアセットマネジメントを対象として、個々の機器の故障発生過程を解析するためのランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを提案する。本モデルを用いて、システムを構成する個々の機器の故障確率と、その時間的推移過程に関する情報を得ることができる。

上述したように、本章では機器レベルにおけるアセットマネジメントを対象として、ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを提案する。機器レベルでのアセットマネジメントでは、本モデルを用いて解析した故障率を用いて、交換機器の備蓄戦略や取替え戦略等を検討することが重要な課題となる。しかし、土木分野における大規模情報システムのアセットマネジメントにおいては、機器レベルにおける故障解析の結果は、さらに上位の機能レベル、システムレベルにおけるアセットマネジメントを実施するための基本的な情報として総合化されることが必要となる。言い換えれば、機器レベルのアセットマネジメントを実施するためには、より上位のレベルにおけるアセットマネジメントの目的を十分に把握しておくことが必要となる。そこで、以下では、本章の範囲を超えることとなるが、本章の成果が、より上位のアセットマネジメントにおいて、どのように活用されることになるかを簡単に紹介しておく。

機能レベルでのアセットマネジメントでは、サブシステム、機器群の故障確率を解析するとともに、それぞれの故障がシステム全体の機能障害に及ぼす影響の

重大性に着目して、各サブシステム、機器群の保全戦略を検討することが求められる。そこでは、機器レベルで検討した故障解析モデルを用いて、サブシステムやシステム全体の故障発生過程を分析し、情報システムの信頼性を検討することが課題となる。その上で、システムの信頼性とライフサイクル費用の関係を分析し、システムの望ましい信頼性水準を検討することが求められる。さらに、システムレベルでは、情報システムの技術的陳腐化に関する検討が必要となる。情報システムを構成するハードウェア、ソフトウェアの技術革新の結果、情報システムの技術的陳腐化が急速に進展する可能性がある。技術的陳腐化が発生した場合、情報システムの一部、もしくはすべてが新しいシステムに取り替えられる。交通管制システムのような大規模情報システムでは、システムの更新には膨大な費用が発生する。したがって、情報システムを設計する場合、システムの物理的劣化、技術的陳腐化への対応策を検討するなど、システムの発展・更新オプションやライフサイクル費用を考慮した設計方法を開発することが必要となる。いずれのレベルにおいても、システムを維持するためのライフサイクル費用、システムの信頼性を解析することが重要な課題となるが、その際に本章で提案する劣化ハザードモデルは中心的な役割を果たすことになる。

3.2.3 モデル化の基本的フレーム

大規模情報システムの故障事象の発生過程をモデル化しよう。いま、情報システムを構成する機器群を、図-3.1に示すように、1) タイプ、2) 装置、3) 機器という3つの階層レベルに整理しよう。「タイプ」は、ハードディスク（以下、HDDと略す）、電源部、処理部、モニター等、機器の種類が該当する。情報システムは M 種類のタイプの機器で構成されており、各機器のタイプを添え字 m ($m = 1, \dots, M$) で表す。さらに、タイプ m の機器は、 N_m 個の「装置」で利用されており、装置の種類を添え字 n ($n = 1, \dots, N_m$) で表す。例えば本章の実証分析の対象とする交

第3章 ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル：大規模情報システムへの適用

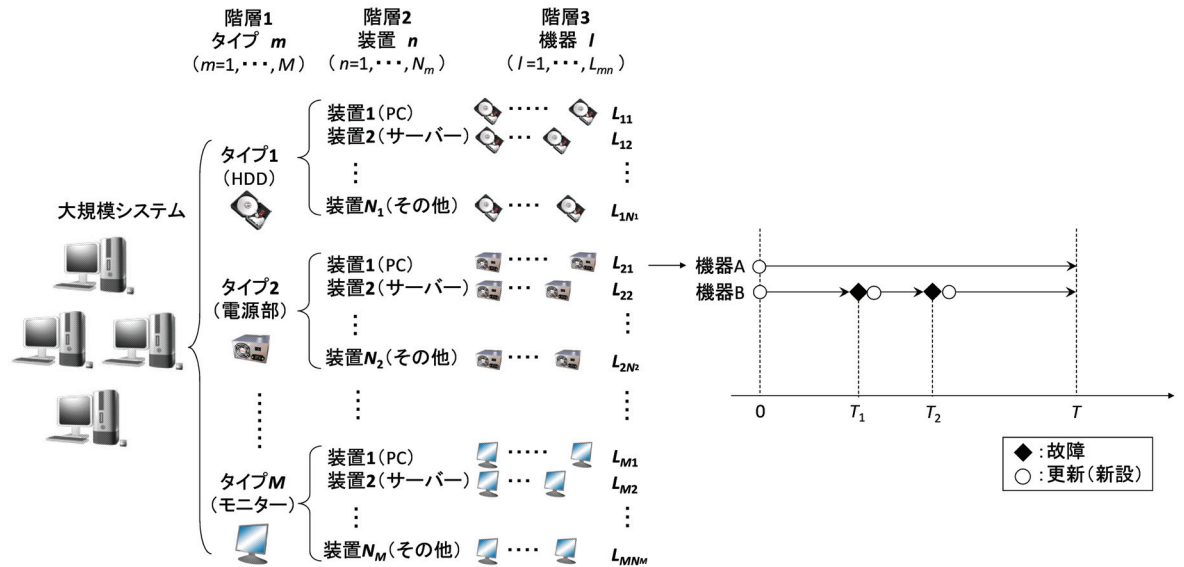


図 3.1: 故障事象の履歴データ

注) 大規模システムは M 個のタイプの機器群で構成される。また、タイプ m ($m = 1, \dots, M$) の機器は、 N_m 個の装置に用いられる。さらに、装置 n ($n = 1, \dots, N_m$) には、タイプ n の L_{mn} 個の機器が用いられており、各機器を添え字 l ($l = 1, \dots, L_{mn}$) で表す。故障履歴データベースには、各機器ごとに、初期時点から故障が発生した時刻に関する情報が記載されている。

通管制情報システムの場合、各タイプの機器は、異なる部局においてパーソナルコンピュータ (PC と略す)、サーバー等、異なった装置として利用されている。装置により、「機器」の利用方法が異なるため、故障の発生確率も異なる。さらに、装置 n には L_{mn} 個のタイプ m の機器 l ($l = 1, \dots, L_{mn}$) が用いられている。各タイプ、各装置を構成する機器のハザード率は異質であると考ええる。しかし、各装置を構成する同種のタイプの機器の故障過程は、同質のハザード率を用いて表現できると考えよう。

いま、時刻 $t = 0$ から、無限遠に続く連続時間軸を導入する。大規模システムは、時刻 $t = 0$ に新規に導入され、それ以降の時間軸上で各機器の劣化が進展する。機器が故障すれば、直ちに新しい機器に交換される。交換される機器は、故障した機器と同様の故障特性を有すると仮定する。つぎに、時刻 $t = 0$ から、時間

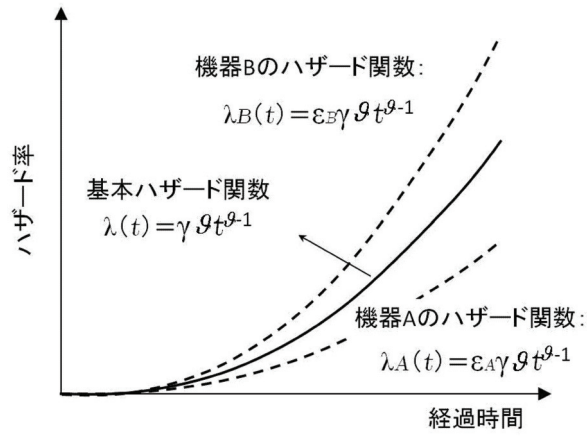


図 3.2: ハザード関数の異質性

注) 基本モデルは、 $\varepsilon = 1$ の場合に該当する。また、機器 B のハザード関数は基本モデルに対して $\varepsilon_B > 1$ を乗じた関数となり、ハザード関数は上方へシフトする。一方、機器 A では $\varepsilon_A < 1$ であり、ハザード関数は下方へ比例的にシフトする。

T が経過した現在時刻 $t = T$ に着目しよう。この時、各機器に関して、図-3.1 に示すような故障履歴が得られたと考えよう。図の例では、タイプ 2（電源部）で装置 1（PC）として使用されている機器（電源部）の故障履歴を例示している。タイプ 2 の機器は、 N_2 個の装置で構成されている。このうち、装置 1 を構成する機器（電源部）A は、時刻 $t = 0$ から一度も故障していない。機器 A に関しては、観察された使用時間は T であり、当該機器の寿命は少なくとも使用時間 T より長いことが理解できる。一方、同図の機器 B の場合、時刻 T_1, T_2 において故障している。最初の故障時点までの寿命は $\zeta = T_1$ であり、2 回目の故障時点までの寿命は $\zeta = T_2 - T_1$ となる。ここで、各タイプの機器が、消耗故障系の故障特性を有すると考えよう。消耗故障系機器では、図-3.2 に示すように、直近の更新時点からの経過時間が長くなるほど、故障の発生確率（ハザード率）が大きくなる。このような消耗故障系機器の寿命分布が、機器の時間劣化現象を表す際に広く用い

られている，ワイブル分布に従うと仮定しよう．さらに，異なるタイプの機器のハザード率が，時間の関数として図-3.2に示すように表現できると考える．このようなハザード率の時間的変化を表した関数をハザード関数と呼ぶ．各機器のハザード関数は，ある基準となるハザード関数に対して，互いに定数倍に拡大，もしくは縮小した関係にあると考えよう．このように互いに相似的な拡大・縮小関係にあるハザード関数群を表現するモデルを，比例ハザードモデルと呼ぶこととする．各装置を構成する各タイプの機器の故障過程が，互いに比例ハザードモデルで表現できる場合，ハザード率の異質性をハザード関数の比例定数の確率分布で表現することができる．情報システムは，数多くの装置で構成されるが，各装置を構成する同一タイプの機器の数は，それほど多くない場合が少なくない．ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルは，基準となるワイブル劣化ハザード関数のパラメータと，タイプ間における比例定数の異質性分布を表す確率分布のパラメータを推計することにより，タイプ，装置間のハザード率の異質性を容易に表現できる．一方，ワイブル劣化ハザード率の異質性が比例ハザードモデルで表現できない場合，タイプ，装置ごとに異なるワイブル劣化ハザードモデルを推計することが必要となる．しかし，各装置を構成する同一タイプの機器数が少ない場合，ワイブル劣化ハザードモデルを推計することが困難となる．以上のことを考慮すれば，本章で提案するランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルは，細分化された機器構成を有する情報システムの故障過程を表現するために，優れた性質を有している．しかし，ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを用いるためには，タイプ間の故障率の異質性が，互いに比例的関係にあることが前提となる．比例的関係の有無に関する仮説検定に関しては，改めて3.4.3で言及する．

3.3 ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル

3.3.1 ワイブル劣化ハザードモデル

ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルは、タイプ、装置別機器間のハザード率の異質性を考慮したワイブル劣化ハザードモデルである。ハザードモデルに関する詳細は、参考文献 [1],[2] に譲る。ここでは、ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを定式化するに先立って、読者の便宜を図るために、ワイブル劣化ハザードモデルについて簡単に説明をしておく。

いま、ある機器が更新され、それが故障するまでの期間（以下、寿命と呼ぶ）に着目しよう。さらに、機器は連続して使用されており、故障の有無が常時観測されていると考えよう。機器の寿命を確率変数 ζ で表し、確率密度関数 $f(\zeta)$ 、分布関数 $F(\zeta)$ に従って分布すると仮定する。ただし、寿命 ζ の定義域は $[0, \infty)$ である。いま、初期時点から任意の時点 $t \in [0, \infty)$ まで、機器が故障しないで生存する確率（以下、生存確率と呼ぶ） $\tilde{F}(t)$ は、全事象確率 1 から時点 t までに機器が故障する累積故障確率 $F(t)$ を差し引いた値

$$\tilde{F}(t) = 1 - F(t) \quad (3.1)$$

により定義できる。ここで、機器が時点 t まで生存し、かつ期間 $[t, t + \Delta t]$ 中にはじめて故障する確率は

$$\lambda(t)\Delta t = \frac{f(t)\Delta t}{\tilde{F}(t)} \quad (3.2)$$

と表せる。機器が時点 t まで生存し、かつ当該時点で故障する確率密度 $\lambda(t)$ を「ハザード関数」と呼ぼう。式 (3.1) の両辺を t に関して微分することにより、

$$\frac{d\tilde{F}(t)}{dt} = -f(t) \quad (3.3)$$

を得る。この時、式 (3.2) は

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{\tilde{F}(t)} = \frac{d}{dt} (-\log \tilde{F}(t)) \quad (3.4)$$

と変形できる。ここで、 $\tilde{F}(0) = 1 - F(0) = 1$ を考慮し、式 (3.4) を積分すれば

$$\int_0^t \lambda(y) dy = -\log \tilde{F}(t) \quad (3.5)$$

を得る。したがって、劣化ハザード関数 $\lambda(y)$ を用いれば、時点 t まで機器が生存する確率 $\tilde{F}(t)$ は

$$\tilde{F}(t) = \exp \left[- \int_0^t \lambda(y) dy \right] \quad (3.6)$$

と表される。このように、劣化ハザード関数 $\lambda(y)$ の形式を決定すれば、機器の生存確率 $\tilde{F}(t)$ を導出することができる。さらに、 $\tilde{F}(t) = 1 - F(t)$ より、機器の累積故障確率 $F(t)$ を求めることができる。ここで、劣化ハザード関数としてワイブル劣化ハザード関数

$$\lambda(t) = \gamma \vartheta t^{\vartheta-1} \quad (3.7)$$

を考えよう。ただし、 γ は、到着密度を表すパラメータ、 ϑ は、時間を通じたハザード率の増加傾向を表す加速度パラメータである。なお、 $\vartheta = 1$ の時、ハザード率は時間に依存せず一定値となる。すなわち、偶発故障系機器の故障発生過程を表すこととなる。ワイブル劣化ハザード関数を用いた場合、機器寿命の確率密度関数 $f(t)$ 、および機器の生存確率 $\tilde{F}(t)$ は、それぞれ

$$f(t) = \gamma \vartheta t^{\vartheta-1} \exp(-\gamma t^{\vartheta}) \quad (3.8-a)$$

$$\tilde{F}(t) = \exp(-\gamma t^{\vartheta}) \quad (3.8-b)$$

と表される。

3.3.2 ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル

いま，大規模システムが図-3.1に示したように， M 種類のタイプの機器で構成されており， m ($m = 1, \dots, M$) 番目の機器が，合計 N_m 個の装置に用いられている．さらに，装置 n に合計 L_{mn} 個のタイプ m の機器が用いられていると考えよう．いま，タイプ m の機器のうち，装置 n ($n = 1, \dots, N_m$) を構成する l ($l = 1, \dots, L_{mn}$) 番目の機器に着目しよう．当該機器が更新されてからの経過時間を t_{mn}^l と表す．各機器の故障事象の到着率がランダム比例ワイブル劣化ハザード関数

$$\lambda_{mn}(t_{mn}^l) = \varepsilon_{mn} \gamma_m \vartheta (t_{mn}^l)^{\vartheta-1} \quad (3.9)$$

に従うと考えよう．ただし， γ_m はタイプ m の到着密度を表すパラメータ， ϑ は加速度パラメータである．式 (3.9) は，ワイブル劣化ハザード関数 (3.7) に，タイプ m ，装置 n のハザード率の異質性 [15]-[17] を表すパラメータ（以下，異質性パラメータと呼ぶ） ε_{mn} が付加されている．異質性パラメータは，タイプ別，装置別の機器の間におけるハザード率の異質性を表している．特に， $\varepsilon_{mn} = 1$ となる場合，ランダム比例ワイブル劣化ハザード関数 (3.9) は，通常のワイブル劣化ハザード関数に一致する．このようなハザード関数を，基本ハザード関数（図-3.2 参照）と呼ぶ．しかし，同一の装置に含まれる同一の機器に対しては，異質性パラメータは共通の値をとると考える．異質性パラメータは，現実には確定的な値をとるが，観測者にとって観測不可能なパラメータである．また，タイプ m ，装置 n の機器 l の寿命の確率密度関数 $f_{mn}(t_{mn}^l)$ ，および生存確率 $\tilde{F}_{mn}(t_{mn}^l)$ は，それぞれ

$$f_{mn}(t_{mn}^l) = \varepsilon_{mn} \gamma_m \vartheta (t_{mn}^l)^{\vartheta-1} \exp\{-\gamma_m \varepsilon_{mn} (t_{mn}^l)^{\vartheta}\} \quad (3.10-a)$$

$$\tilde{F}_{mn}(t_{mn}^l) = \exp\{-\gamma_m \varepsilon_{mn} (t_{mn}^l)^{\vartheta}\} \quad (3.10-b)$$

と表される．

表 3.1: モデルのパラメータ設定

モデル	到着密度	加速度	分散
1	$\gamma_1 \neq \dots \neq \gamma_M$	ϑ	ϕ^{-1}
2	$\gamma_1 = \dots = \gamma_M$	ϑ	ϕ^{-1}

注) γ_m はタイプ m の機器のハザード到着密度を， ϕ^{-1} は標準ガンマ分布 (3.12) の分散を表す．

いま，異質性パラメータの値が，ある確率分布に従って分布する確率変数であると考えよう．ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル (3.9) は，すべてのタイプの機器に対して同一の劣化加速度パラメータ ϑ を持つが，タイプ，装置ごとにハザード到着密度 $\varepsilon_{mn}\gamma_m\vartheta$ が比例的に異なるような劣化特性を表現している．加速度パラメータの同質性（以下，比例性と呼ぶ）の仮説検定に関しては，改めて 3.4.3 で検討する．本章では，対象とするタイプや装置ごと（用途や設置場所によっても細分化されるのであれば，その最終カテゴリーごと）にハザード到着密度が確率分布するようなワイブル劣化ハザードモデルを，ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルと呼ぶこととする．この時，ハザード到着密度の考え方によって，異なったランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを定式化することができる．すなわち，表-3.1 に示すように，1) 機器のタイプにより，ハザード到着密度が異なる場合（モデル 1），2) 機器のタイプ m に関わらず，ハザード到着密度が等しい場合（モデル 2）という 2通りの表現が可能である．ただし，異質性パラメータは同一の確率分布に従うとしている．ここで，異質性パラメータ ε_{mn} がガンマ分布に従うと考えよう．さらに，モデル 1 を想定し，異質性パラメータがタイプごとに異なる平均を持つ場合をとりあげる．ガンマ分布は，その特殊型として指数分布を含んでおり，区間 $[0, \infty)$ で定義される指数族確率密度関数を表現できる．また，解析的に取り扱いやすいという利点がある．ここで，パラメータ γ_m がタイプ m の機器のハザード到着密度の平均を表すと考え，異質性パラメータ ε_{mn} が，平均 1，分散 ϕ^{-1} のガンマ分布に従う確率誤差項であると考えよう．ガ

ンマ分布が区間 $[0, \infty)$ で定義されており、任意の説明変数と確率誤差項に関して式 (3.9) の右辺が正の値をとることが保証される。一般に、ガンマ分布 $G(a, b)$ の確率密度関数 $g(\varepsilon_{mn} : a, b)$ は

$$g(\varepsilon_{mn} : a, b) = \frac{1}{b^a \Gamma(a)} \varepsilon_{mn}^{a-1} \exp\left(-\frac{\varepsilon_{mn}}{b}\right) \quad (3.11)$$

と定義できる。ガンマ分布 $G(a, b)$ の平均は $E = ab$ で、分散は $Var = ab^2$ である。また、 $\Gamma(\cdot)$ はガンマ関数である。さらに、平均 1、分散 $1/\phi$ のガンマ分布の確率密度関数 $\bar{g}(\varepsilon_{mn} : \phi)$ は

$$\bar{g}(\varepsilon_{mn} : \phi) = \frac{\phi^\phi}{\Gamma(\phi)} \varepsilon_{mn}^{\phi-1} \exp(-\phi \varepsilon_{mn}) \quad (3.12)$$

と表される。異質性パラメータの確率分布を、標準ガンマ分布で表現する場合、上述の 2 つのモデルの違いを表-3.1 に示すように整理できる。

3.3.3 モデルの推計法

一般性を損なうことなく、ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルとしてモデル 1 をとりあげる。モデル 2 は、モデル 1 において、表-3.1 に示すような条件を付加して、モデル 1 を簡略化した場合に他ならない。ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル（モデル 1）には、タイプごとに異なる到着密度パラメータ γ_m ($m = 1, \dots, M$)、加速度パラメータ θ 、タイプ、装置ごとに異なる異質性パラメータ ε_{mn} ($m = 1, \dots, M; n = 1, \dots, N_m$)、および異質性パラメータの分散パラメータ ϕ という未知パラメータが存在する。通常のワイブル劣化ハザードモデルの場合には、故障の履歴データから、パラメータ γ_m と θ を推計すればいい。しかし、ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルの場合、これら 2 種類のパラメータ以外にも、異質性パラメータの分散パラメータ ϕ と、タイプ、装置ごとの異質性パラメータ ε_{mn} ($m = 1, \dots, M; n = 1, \dots, N_m$) を求めることが必要となる。

いま，対象とするシステムの故障履歴に関するデータベースが入手可能であると考えよう．データベースには，対象とするシステムが導入された時刻以降，すべての機器が故障した（交換された）時刻に関する情報が記載されている．いま，機器の故障履歴を $\Xi = (\xi_1, \dots, \xi_M)$ と表そう，ここに， $\xi_m = (\xi_{m1}, \dots, \xi_{mN_m})$ はタイプ m の機器の故障履歴である．また， ξ_{mn} は，装置 n のタイプ m の機器の故障履歴であり， $\xi_{mn} = \{(\sigma_{mn}^1, t_{mn}^1), \dots, (\sigma_{mn}^{L_{mn}}, t_{mn}^{L_{mn}})\}$ ($m = 1, \dots, M; n = 1, \dots, N_m$) である，また， σ_{mn}^l はタイプ m の装置 n の機器 l ($l = 1, \dots, L_{mn}$) が故障した場合に値 1 を，故障していない場合に値 0 をとるダミー変数である， t_{mn}^l は，タイプ m ，装置 n の機器 l の使用時間（もしくは，寿命）である．すなわち， $\sigma_{mn}^l = 0$ の時， t_{mn}^l は前回の更新期から当該時刻までの期間長を意味する．一方， $\sigma_{mn}^l = 1$ の時， t_{mn}^l は寿命を表す．ここで，異質性パラメータ $\bar{\epsilon}_{mn}$ を与件と考えよう．タイプ m ，装置 n の機器故障に関するデータ ξ_{mn} が観測される条件付き尤度 $\ell_{mn}(\xi_{mn} : \gamma_m, \vartheta, \bar{\epsilon}_{mn})$ は，

$$\begin{aligned} & \ell_{mn}(\xi_{mn} : \gamma_m, \vartheta, \bar{\epsilon}_{mn}) \\ &= \prod_{l=1}^{L_{mn}} \{\tilde{F}_{mn}(t_{mn}^l : \gamma_m, \vartheta, \bar{\epsilon}_{mn})\}^{(1-\sigma_{mn}^l)} \\ & \quad \{f_{mn}(t_{mn}^l : \gamma_m, \vartheta, \bar{\epsilon}_{mn})\}^{\sigma_{mn}^l} \end{aligned} \quad (3.13)$$

で表される．ただし，上式において，寿命分布の確率密度関数 $f_{mn}(t_{mn}^l : \gamma_m, \vartheta, \bar{\epsilon}_{mn})$ ，生存関数 $\tilde{F}_{mn}(t_{mn}^l : \gamma_m, \vartheta, \bar{\epsilon}_{mn})$ は，パラメータ $\gamma_m, \vartheta, \bar{\epsilon}_{mn}$ の関数として表現されることを明示的に示している．ここで，異質性パラメータ ϵ_{mn} が標準ガンマ分布

$\bar{g}(\varepsilon_{mn} : \phi)$ に従って分布する場合、観測データ ξ_{mn} が観測される尤度関数は

$$\begin{aligned}
 & \mathcal{L}_{mn}(\xi_{mn} : \theta_m) \\
 &= \int_0^\infty \prod_{l=1}^{L_{mn}} \{\tilde{F}_{mn}(t_{mn}^l : \gamma_m, \vartheta, \varepsilon_{mn})\}^{(1-\sigma_{mn}^l)} \\
 & \quad \{f_{mn}(t_{mn}^l : \gamma_m, \vartheta, \varepsilon_{mn})\}^{\sigma_{mn}^l} \bar{g}(\varepsilon_{mn} : \phi) d\varepsilon_{mn} \\
 &= \frac{\phi^\phi}{\Gamma(\phi)} \prod_{l=1}^{L_{mn}} \{\gamma_m \vartheta (t_{mn}^l)^{\vartheta-1}\}^{\sigma_{mn}^l} \\
 & \quad \int_0^\infty \varepsilon_{mn}^{s_{mn}+\phi-1} \exp\{-(\phi + \gamma_m \psi_{mn})\varepsilon_{mn}\} d\varepsilon_{mn} \quad (3.14) \\
 & \quad (m = 1, \dots, M)
 \end{aligned}$$

と表される．ただし、 $\theta_m = (\gamma_m, \vartheta, \phi)$ である．また、 $s_{mn} = \sum_{l=1}^{L_{mn}} \sigma_{mn}^l$ 、 $\psi_{mn} = \sum_{l=1}^{L_{mn}} (t_{mn}^l)^{\vartheta-1}$ である．上式において、タイプ m 、装置 n のすべての機器に対して、異質パラメータ ε_{mn} が共通の値をとる．このことを表現するために、尤度関数 $\mathcal{L}_{mn}(\xi_{mn} : \theta_m)$ を、条件付き尤度 $\ell_{mn}(\xi_{mn} : \gamma_m, \vartheta, \varepsilon_{mn})$ の確率変数 ε_{mn} に関する期待値として定義していることに留意して欲しい．ここで、変数変換 $j_{mn} = \varepsilon_{mn}(\phi + \gamma_m \psi_{mn})$ を施せば、

$$\begin{aligned}
 & \mathcal{L}_{mn}(\xi_{mn} : \theta_m) \\
 &= \frac{\phi^\phi}{\Gamma(\phi)} \prod_{l=1}^{L_{mn}} \{\gamma_m \vartheta (t_{mn}^l)^{\vartheta-1}\}^{\sigma_{mn}^l} \\
 & \quad \int_0^\infty \left(\frac{j_{mn}}{\phi + \gamma_m \psi_{mn}} \right)^{s_{mn}+\phi-1} \exp(-j_{mn}) \frac{dj_{mn}}{\phi + \gamma_m \psi_{mn}} \\
 &= \frac{\phi^\phi}{\Gamma(\phi)} \frac{\Gamma(s_{mn} + \phi)}{(\phi + \gamma_m \psi_{mn})^{s_{mn}+\phi}} \prod_{l=1}^{L_{mn}} \{\gamma_m \vartheta (t_{mn}^l)^{\vartheta-1}\}^{\sigma_{mn}^l} \quad (3.15)
 \end{aligned}$$

を得る。したがって、観測データ $\Xi = (\xi_1, \dots, \xi_M)$ が観測される対数尤度関数は

$$\begin{aligned}
 & \ln \mathcal{L}(\Xi, \theta) \\
 &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{N_m} \ln \mathcal{L}_{mn}(\xi_{mn} : \theta_m) \\
 &= N\phi \ln \phi - \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{N_m} (s_{mn} + \phi) \ln(\phi + \gamma_m \psi_{mn}) \\
 &\quad + \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{N_m} \sum_{l=0}^{s_{mn}-1} \ln(\phi + l) + \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{N_m} \sum_{l=1}^{L_{mn}} \sigma_{mn}^l \\
 &\quad \left\{ \ln \gamma_m + \ln \vartheta + (\vartheta - 1) \ln t_{mn}^l \right\}
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

と表される。ただし、 $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_{M+2})$ の各要素は $(\theta_1, \dots, \theta_M) = (\gamma_1, \dots, \gamma_M)$, $\theta_{M+1} = \vartheta$, $\theta_{M+2} = \phi$ と表される。また、 $N = \sum_{m=1}^M N_m$ であり、式 (3.16) の右辺第3項において、 $s_{mn} = 0$ が成立する場合、 $\sum_{l=0}^{s_{mn}-1} \ln(\phi + l) = 0$ と定義する。また、 $s_{mn} = 1$ の時は、 $\sum_{l=0}^{s_{mn}-1} \ln(\phi + l) = \ln \phi$ である。さらに、モデル2を用いた場合の対数尤度関数は、

$$\begin{aligned}
 & \ln \mathcal{L}(\Xi, \theta) \\
 &= N\phi \ln \phi - \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{N_m} (s_{mn} + \phi) \ln(\phi + \gamma \psi_{mn}) \\
 &\quad + \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{N_m} \sum_{l=0}^{s_{mn}-1} \ln(\phi + l) + \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{N_m} \sum_{l=1}^{L_{mn}} \sigma_{mn}^l \\
 &\quad \left\{ \ln \gamma + \ln \vartheta + (\vartheta - 1) \ln t_{mn}^l \right\}
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

と表される。

対数尤度関数 (3.16) を最大にするようなパラメータ値 θ の最尤推定量は

$$\frac{\partial \ln \mathcal{L}(\Xi, \hat{\theta})}{\partial \theta_m} = 0, \quad (m = 1, \dots, M+2) \tag{3.18}$$

を同時に満足するような $\hat{\theta} = (\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_{M+2})$ として与えられる。さらに、パラメータの漸近的な共分散行列の推定量 $\hat{\Sigma}(\hat{\theta})$ は、

$$\hat{\Sigma}(\hat{\theta}) = \left[\frac{\partial^2 \ln \mathcal{L}(\Xi, \hat{\theta})}{\partial \theta \partial \theta'} \right]^{-1} \tag{3.19}$$

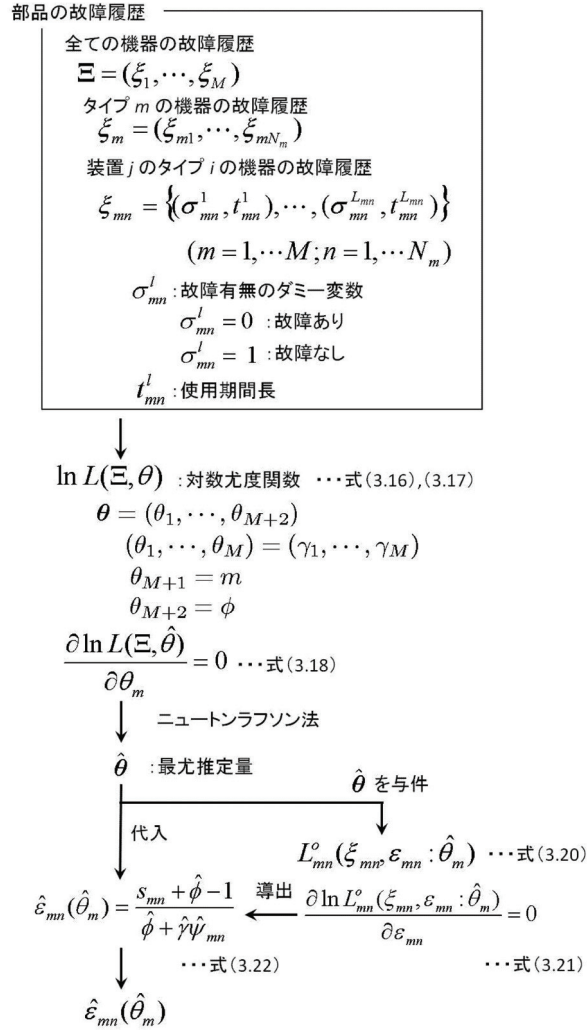


図 3.3: 最尤推定量の推定フロー

と表すことができる [19],[20]. ただし, 上式の右辺の逆行列は $\partial^2 \ln \mathcal{L}(\hat{\theta}, \Xi) / \partial \theta_m \partial \theta_n$ を要素とする $(M+2) \times (M+2)$ 次の Fisher 情報行列 [20] の逆行列である. パラメータの最尤推定量は, $M+2$ 次元の非線形連立方程式 (3.18) を解くことにより得られる. 本章では, ニュートン・ラフソン法により最尤推定量を求めることとした. 最尤推定量 $\hat{\theta}$ を求めれば, 共分散行列の推定量 $\hat{\Sigma}(\hat{\theta})$ を用いて t -検定統計量を推定できる. つぎに, パラメータベクトルの最尤推定量 $\hat{\theta}$ を与件として, 異質性パラメータ $\varepsilon_{mn} (m = 1, \dots, M; n = 1, \dots, N_m)$ の最尤推計値を求めよう. ここ

で，部分尤度関数を

$$\begin{aligned} & \mathcal{L}_{mn}^{\circ}(\xi_{mn}, \varepsilon_{mn} : \hat{\theta}_m) \\ &= \frac{\hat{\phi}^{\hat{\phi}}}{\Gamma(\hat{\phi})} \prod_{l=1}^{L_{mn}} \left\{ \hat{\gamma}_m \hat{\vartheta} (t_{mn}^l)^{\hat{\vartheta}-1} \right\}^{\sigma_{mn}^l} \varepsilon_{mn}^{s_{mn}+\hat{\phi}-1} \exp \left\{ -(\hat{\phi} + \hat{\gamma}_m \hat{\psi}_{mn}) \varepsilon_{mn} \right\} \end{aligned} \quad (3.20)$$

と定義しよう．ただし， $\hat{\psi}_{mn} = \sum_{l=1}^{L_{mn}} (t_{mn}^l)^{\hat{\vartheta}}$ である．この時，異質性パラメータ ε_{mn} の最尤推定量は

$$\frac{\partial \ln \mathcal{L}_{mn}^{\circ}(\xi_{mn}, \varepsilon_{mn} : \hat{\theta}_m)}{\partial \varepsilon_{mn}} = 0 \quad (3.21)$$

を満足するような $\hat{\varepsilon}_{mn}$ として求めることができる．このようにして求めた異質性パラメータの最尤推定量は，パラメータ $\hat{\theta}_m = (\hat{\gamma}_m, \hat{\vartheta}, \hat{\phi})$ を与件として求めた推定量である．このことを明示的に表現するために，式 (3.21) の解を， $\hat{\varepsilon}_{mn}(\hat{\theta}_m)$ と表そう．式 (3.20), (3.21) より，具体的に $\hat{\varepsilon}_{mn}(\hat{\theta}_m)$ を求めれば次式を得る．

$$\hat{\varepsilon}_{mn}(\hat{\theta}_m) = \frac{s_{mn} + \hat{\phi} - 1}{\hat{\phi} + \hat{\gamma}_m \hat{\psi}_{mn}} \quad (3.22)$$

なお，読者の便宜を図るために，以上の最尤推定量の推定フローを図-3.3 に示す．併せて参照されたい．

3.4 適用事例

3.4.1 適用事例の概要

中日本高速道路株式会社横浜支社が管理する交通管制情報システムを対象として，ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルの推計を試みる．同支社の交通管制情報システムは，旧システムを 1990 年から順次更新したシステムであり，それ以降継続的に稼動している．交通管制情報システムは，9 つの中央局システム（以下，部局と呼ぶ）で構成され，高速道路の運行状況を管理し，利用者に対して適切な情報をリアルタイムで提供している．交通管制情報システムの作動状況

もリアルタイムで監視されており、故障が発生した場合には、故障発生機器が特定され、故障時刻、故障内容が記録されることになる。

本章では、交通管制情報システムを構成する機器の中で、それが故障すればシステム全体の重大な機能障害に発展する可能性のあるような機器群を対象として、ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを推計する。交通管制情報システムの故障履歴データベースの調査、システム管理者へのヒアリングにより、モデル推計の対象とする機器群を選定した。その結果、最終的に機器のタイプとして HDD（ハードディスク）、電源部、処理部の 3 つを取り上げることとした。現行の交通管制情報システムにおいて、HDD は 177 台、電源部は 306 台、処理部は 180 台設置されている。一方、同様の調査とヒアリングを通して、これらの機器のうち、HDD と処理部は、PC（モニター、端末部で使用）、サーバー（サーバー、処理装置として使用）、その他装置（前述した用途以外で使用）の 3 種類の用途（装置）として利用されることもわかった。さらに、これらの機器は、異なる 9 つの部局において設置されるので、最終的に各タイプは 27 のカテゴリーに分類される。図-3.1, あるいは 3.3.3 で述べたように、現行システムに更新して以来、一度も故障が発生していない機器については、使用開始から現時点までの使用期間長に関するサンプルが獲得できる。言い換えれば、当該機器の寿命に関するデータは入手できない。一方、過去に故障が発生した機器については、使用開始から故障時点までに稼動した機器に関しては寿命に関するサンプルが入手できる。当該機器が修理・更新により再度使用開始になった時点から新たなサンプルとして数える。したがって、機器 1 台に対して得られるサンプル数は、(故障回数 + 1) 個である。また、交通管制情報システムの故障履歴データベースの中には、機器の更新により現在では使用されていないタイプの機器も含まれている。しかし、交通管制情報システムの現状の運営・管理、あるいは今後の取替え戦略や備蓄方策

第3章 ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル：大規模情報システムへの適用

を考える上では、それらの機器に関する情報は不要であるので、サンプルから除外することとした。さらに、交通管制情報システムは数多くの機器を有するために、初期不良により使用開始から故障時点までの期間が非常に短い機器がごく稀に存在する。今回の推計に当たり、初期不良と考えられるサンプルについても同様の理由から特異情報として除外することとした。初期不良サンプルは、使用開始から12ヶ月以内に故障が発生したサンプルである。表-3.2に、9つの部局において各用途に用いられる各タイプのサンプル数を整理しているが、以上の理由により、同表中の各タイプのサンプル総数（HDD：202台、電源部：306台、処理部本体：185台）は、先に述べたそれらの設置台数（177台、306台、180台）と必ずしも一致していないことがわかる。

3.4.2 推計結果

本章の適用事例では、HDD、電源部、処理部という3つのタイプの機器をとりあげる。したがって、モデル1においては3つの到着密度パラメータ γ_m ($m = 1, 2, 3$) を導入する。また、9つの部局に設置されているPC、サーバー、その他の装置によりハザード率に異質性があると考え、装置別に異質性パラメータ ε_{mn} ($m = 1, 2, 3; n = 1, \dots, N_m$) を定義する。したがって、推計すべき未知パラメータは、1) モデル1の場合、到着密度パラメータ γ_m ($m = 1, 2, 3$)、加速度パラメータ ϑ 、異質性分散パラメータ ϕ 、 ε_{mn} となる。2) モデル2の場合、 γ 、 ϑ 、 ϕ 、 ε_{mn} である。3.3.3で提案した方法により推計したランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを表-3.3に示している。ここでは、異質性パラメータの確率分布として2つのモデルを採用した結果を比較している。括弧の中の数値は t -値を表しており、いずれのパラメータに関する t -値も、各説明変数のモデルに対する説明力がないという帰無仮説は有意水準0.95で棄却される結果となっている。機器のタイプごとに異質性パラメータの平均を設定したモデル1の方が、モデル2よりも対数尤

表 3.2: タイプ・装置・設置場所別サンプル数

	HDD	電源部	処理部本体
部局 1 (PC)	1	5	1
(サーバー)	1	-	1
(その他)	-	-	2
部局 2 (PC)	9	96	10
(サーバー)	17	-	7
(その他)	1	-	13
部局 3 (PC)	3	81	3
(サーバー)	23	-	15
(その他)	2	-	15
部局 4 (PC)	12	27	5
(サーバー)	22	-	7
(その他)	16	-	16
部局 5 (PC)	5	12	4
(サーバー)	15	-	9
(その他)	-	-	-
部局 6 (PC)	4	17	4
(サーバー)	8	-	6
(その他)	-	-	2
部局 7 (PC)	2	7	2
(サーバー)	9	-	2
(その他)	-	-	4
部局 8 (PC)	32	51	23
(サーバー)	13	-	7
(その他)	-	-	16
部局 9 (PC)	4	10	3
(サーバー)	3	-	3
(その他)	-	-	5
合計	202	306	185

注) 表中の数字は 9 つの部局において各用途に用いられる各タイプのサンプル数であり、設置台数ではないことに留意されたい。電源部には「PC」, 「サーバー」, 「その他」の用途別の分類はないため、一括して「PC」部に記入している。「その他」は、「PC」, 「サーバー」以外の用途に利用される装置を意味する。

度が大きい値を示している。さらに、モデル 1 を用いることにより、機器のタイプによるハザード率の違いをより明示的に表現することが可能である。したがって、以下では、モデル 1 の推計結果を用いて、分析を進めることとする。表-3.3 に示したように、モデル 1 の加速度パラメータの最尤推計量は $\hat{\theta} = 2.174$ となっている。式 (3.10-b) より、実際に、各タイプの機器の生存確率が使用期間の増加に伴って加速度的に減少していくことがわかる。一般的に $\hat{\theta} = 1.00$ であれば故障確率が時間に依存しない偶発故障系と考えられるが、本章でとりあげた機器は、

表 3.3: モデルの推計結果

パラメータ		モデル 1	モデル 2
γ	γ_1	1.251E-5 (-5.104E6)	5.834E-6 (-1.800E6)
	γ_2	1.631E-6 (-2.311E7)	
	γ_3	5.293E-6 (-9.182E6)	
ϑ		2.174 (49.031)	2.216 (8.768)
ϕ		1.193 (2.182)	0.632 (2.801)
対数尤度		-402.441	-407.405

注) 括弧の中は t - 値を示している. モデル 2 では異質性パラメータの平均が機器のタイプによらず同一の値をとる.

すべて消耗故障系の故障特性を有している.

3.4.3 比例性仮説の検定

ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルは, すべてのタイプの機器が同一の加速度パラメータ $\hat{\vartheta}$ を有するという比例性仮説を前提としている. しかし, 機器のタイプによっては, 他の機器群と同一の加速度パラメータを有しているとは考えにくい場合も存在する. このような場合, 機器のタイプを同一の加速度パラメータを持つようなグループに分割し, それぞれのグループごとにランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを推計することが必要となる. ここで, まず各タイプの機器の故障過程に, 比例性仮説が成立するか否かを仮説検定する方法について考察する. ここでは, 今後の適用可能性を考慮して, 一般的な場合を想定して仮説検定の方法を記述しよう.

いま, タイプ m ($m = 1, \dots, M$) の比例性仮説を検討するための仮説検定モデルを

$$\begin{cases} H_m^0 : \vartheta = \hat{\vartheta} & \text{and } \hat{\gamma}_m, \hat{\phi} \\ H_m^1 : \vartheta \neq \hat{\vartheta} & \text{and } \hat{\gamma}_m, \hat{\phi} \end{cases} \quad (3.23)$$

と定式化する．ここで，パラメータ θ_m の最尤推計値を $\hat{\theta}_m^0 = (\hat{\gamma}_m, \hat{\vartheta}, \hat{\phi})$ と表そう．
最尤推計量 $\hat{\theta}_m^0$ を与件とした機器タイプ m の部分尤度関数を

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_m(\xi_m : \hat{\theta}_m^0) \\ = \frac{\hat{\phi}^{\hat{\phi}}}{\Gamma(\hat{\phi})} \frac{\Gamma(s_{mn} + \hat{\phi})}{(\hat{\phi} + \hat{\gamma}_m \hat{\psi}_{mn})^{s_{mn} + \hat{\phi}}} \prod_{l=1}^{L_{mn}} \{\hat{\gamma}_m \hat{\vartheta} (t_{mn}^l)^{\hat{\vartheta}-1}\}^{\sigma_{mn}^l} \end{aligned} \quad (3.24)$$

と定義する．つぎに，パラメータ $\hat{\gamma}_m, \hat{\phi}$ を与件とした部分尤度関数 (3.24) の最大値を

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_m(\xi_m : \tilde{\theta}_m) \\ = \max_{\vartheta} \left\{ \frac{\hat{\phi}^{\hat{\phi}}}{(\hat{\phi} + \hat{\gamma}_m \hat{\psi}_{mn})^{s_{mn} + \hat{\phi}}} \frac{\Gamma(s_{mn} + \hat{\phi})}{\Gamma(\hat{\phi})} \prod_{l=1}^{L_{mn}} \{\hat{\gamma}_m \vartheta (t_{mn}^l)^{\vartheta-1}\}^{\sigma_{mn}^l} \right\} \end{aligned} \quad (3.25)$$

と表そう．この時，仮説検定モデル (3.23) を検定するための尤度比検定統計量は

$$\mathcal{LR}_m = 2\{\ln[\mathcal{L}_m(\xi_m : \tilde{\theta}_m)] - \ln[\mathcal{L}_m(\xi_m : \hat{\theta}_m^0)]\} \quad (3.26)$$

と表せる．ここに， $\ln[\mathcal{L}_m(\xi_m : \tilde{\theta}_m)]$ は帰無仮説 H_m^0 の制約がない場合の部分尤度を， $\ln[\mathcal{L}_m(\xi_m : \hat{\theta}_m^0)]$ は帰無仮説 H_m^0 の制約下での部分尤度を表す．また， $\tilde{\theta}_m$ は制約がない場合の最尤推計量を表す．帰無仮説 H_m^0 によって制約を受けるパラメータ数は 1 個であるために，尤度比検定統計量の自由度は 1 となる．したがって，検定統計量 \mathcal{LR}_m が棄却域 $\mathcal{LR}_m \geq \chi_{(100-\omega)}^2(1)$ を満足する場合，有意水準 $\omega\%$ で帰無仮説 H_m^0 を棄却できることになる．ただし， $\chi^2(1)$ は自由度 1 の χ^2 分布に従う確率変数であり， $\chi_{(100-\omega)}^2(1)$ は有意水準 $\omega\%$ と対応する臨界値である．すなわち， $\text{Prob}\{\chi^2(1) \geq \chi_{(100-\omega)}^2(1)\} = 0.01 \times (100 - \omega)$ が成立する．比例性仮説検定モデルを用いて，すべてのタイプの機器の故障過程を，単一のランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを用いて表現できるかどうかを検討しよう．比例性仮説が棄却される場合，機器のタイプを複数個のグループに分割するとともに，各グループごとにランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを推計することが必要となる．こ

第3章 ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル：大規模情報システムへの適用

のような比例性仮説の検定と，それに基づく機器のタイプのグルーピングの手順を以下のように整理できる．

ステップ1

すべてのタイプの機器をプールしたデータベース（原データベースと呼ぶ）を対象としてランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを推計する．

ステップ2

機器のタイプごとに尤度比検定により比例性仮説を検定する．比例性仮説が棄却されたタイプの機器をプールした派生データベースを作成する．原データベースから，派生データベースに属するサンプルを除去し，縮小したデータベースを原データベースとする．

ステップ3

原データベース，および派生データベースに基づいてランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを推計する．

ステップ4

派生データベースに基づいて推計したランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルに関して，データベースに含まれる機器群を対象として比例性仮説を検定する．必要であれば，第2次派生データベースを作成する．比例性仮説が棄却される場合，派生データベースの分割を続ける．比例性仮説を棄却できない場合，ステップ5へ進む．

ステップ5

タイプ，装置別の異質性パラメータの最尤推計値 $\hat{\epsilon}_{mn}(\hat{\theta}_m)$ を式 (3.22) を用いて推計する．

本適用事例の場合，3つのタイプの機器を対象としている．異質性パラメータの確率分布としてモデル1を取り上げた場合，尤度比検定統計量 $\mathcal{LR}_m(m = 1, 2, 3)$ は表-

表 3.4: 尤度比検定統計量

	\mathcal{LR}_m
HDD($m = 1$)	2.9237E-2
電源部 ($m = 2$)	7.9481E-2
処理部 ($m = 3$)	1.7850E-5

3.4に示すようになる．ここで，有意水準 $\omega = 95\%$ とした場合， $\chi^2_{(100-\omega)}(1) = 3.84$ であるので，すべてのタイプが同一の加速度パラメータ $\hat{\theta}$ を有するという帰無仮説 H_m^0 は棄却されない．したがって，以下では3つのタイプの機器に対して，同一の加速度パラメータを用いることとする．

3.4.4 分析結果

3.4.2では，ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを用いて，各タイプの機器の到着密度パラメータ γ_m (1,2,3)，加速度パラメータ θ ，及び，異質性分散パラメータ ϕ の最尤推計量を求めた．ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルでは，すべてのタイプの機器が同一の加速度パラメータ $\hat{\theta}$ を有するという比例性仮説を前提としている．この前提の下で，各タイプの機器のワイブル劣化ハザード関数の異質性は， γ_m ， ϕ と異質性パラメータ値 $\varepsilon_{mn}(m = 1,2,3; n = 1, \dots, 27)$ で表現できる．また，3.4.3では，すべてのタイプの機器が同一の加速度パラメータ $\hat{\theta}$ を有するという比例性仮説を検定した．その結果，仮説検定モデル(3.23)における帰無仮説 H_m^0 が棄却できないことを確認した．本節では，タイプ別，装置別の機器のハザード率の異質性パラメータを推計する．

本章で着目する3つのタイプの機器（HDD，電源部，処理部）を，交通管制情報システムを構成する9つの中央局システムのいずれに設置されているかで分類し，さらに各中央局システムにおける3種類の用途，1) PC（モニタ，端末部で使用），2) サーバー（サーバー，処理装置で使用），3) その他装置（前述した用途以外で使用）に細分化すれば，表-3.5に示すように，タイプごとに27種類の

第3章 ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル：大規模情報システムへの適用

表 3.5: 異質性パラメータ

	HDD	電源部	処理部本体
部局 1 (PC)	0.154 (1.536)	0.006 (2.401)	0.154 (1.398)
(サーバー)	0.148 (1.744)	-	0.148 (1.484)
(その他)	-	-	0.008 (3.694)
部局 2 (PC)	0.123 (2.973)	0.120 (2.586)	0.770 (8.94E-02)
(サーバー)	2.208 (0.541)	-	0.125 (1.897)
(その他)	0.161 (1.321)	-	0.008 (3.313)
部局 3 (PC)	0.146 (1.799)	0.007 (5.549)	0.146 (1.507)
(サーバー)	0.669 (3.357)	-	0.008 (3.715)
(その他)	0.133 (2.337)	-	0.860 (7.62E-02)
部局 4 (PC)	1.437 (5.38E-02)	0.004 (3.174)	0.688 (0.190)
(サーバー)	0.768 (2.136)	-	0.674 (0.213)
(その他)	0.006 (11.207)	-	0.833 (7.82E-02)
部局 5 (PC)	0.753 (0.479)	0.008 (1.983)	0.113 (2.170)
(サーバー)	0.600 (1.500)	-	0.628 (0.303)
(その他)	-	-	-
部局 6 (PC)	0.134 (2.310)	0.008 (1.954)	0.132 (1.752)
(サーバー)	0.114 (3.365)	-	0.802 (6.24E-02)
(その他)	-	-	0.142 (1.579)
部局 7 (PC)	0.147 (1.779)	0.007 (2.090)	0.147 (1.500)
(サーバー)	1.304 (0.246)	-	0.136 (1.674)
(その他)	-	-	0.009 (3.070)
部局 8 (PC)	5.400 (12.044)	1.360 (3.519)	0.481 (0.830)
(サーバー)	1.833 (0.181)	-	1.508 (0.325)
(その他)	-	-	0.581 (0.424)
部局 9 (PC)	0.844 (0.178)	0.632 (3.44E-02)	0.416 (1.260)
(サーバー)	0.138 (2.140)	-	0.948 (3.43E-03)
(その他)	-	-	0.123 (1.937)

注) - は、該当する部局に装置が存在しないことを示す。また、電源部には PC, サーバー, 装置の用途別の分類はないため、一括して PC 部に記入している。() 内の数字は尤度比検定統計量である。

カテゴリーを得ることができる。式 (3.22) を用いて、各カテゴリーごとの異質性パラメータの最尤推計値を求めることができる。ただし、カテゴリー (m, n) において、該当する機器が存在しない場合もあるので、推計すべき各異質性パラメータの数は最終的に HDD が 21 個、電源部が 9 個、処理部が 26 個となった。表-3.5 に推計した各異質性パラメータ $\hat{\epsilon}_{mn}(\hat{\theta})$ の値と各タイプの各機器のサンプル数を示す。同表に示すように装置により異質性パラメータの最尤推計値は多様に分布しており、情報システムを構成する機器の劣化特性を表現するためにはハザード率

の異質性を考慮することが必要であることが理解できる。また、機器構成が極めて細分化されているため、機器特性の相違をダミー変数で表現する方法では推計効率が低くなることが推察できる。

異質性パラメータの最尤推計値を用いれば、装置ごとの劣化特性を表す確定的なワイブル劣化ハザードモデル得ることができる。しかし、表-3.5に示すように、装置カテゴリーによってはサンプル数が極端に少なくなる場合がある。このため、装置カテゴリーごとに求めたワイブル劣化ハザードモデルの信頼性に問題が生じる可能性がある。実際、表-3.5に示した異質性パラメータの中には、異質性パラメータを導入することに対する説明力がないという帰無仮説を、有意水準 95% で棄却できないものがあつた。そこで、装置カテゴリーをグループ化することにより、グループごとの平均的な劣化特性を表す集約的ワイブル劣化ハザードモデルを求めることとする。タイプ別、装置別に求めた異質性パラメータ ε_{mn} を、すべての装置に対して集計化した平均的なタイプ別異質性パラメータ $E\varepsilon_m (m = 1, \dots, M)$ を定義しよう。そのために、すべての装置に対して集計化した部分尤度関数を

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_m^{\circ\circ}(\xi_m, E\varepsilon_m : \hat{\theta}_m) \\ = \frac{\hat{\phi}^{\hat{\phi}}}{\Gamma(\hat{\phi})} \prod_{n=1}^{N_m} \prod_{l=1}^{L_{mn}} \left\{ \hat{\gamma}_m \hat{\vartheta}(t_{mn}^l)^{\hat{\phi}-1} \right\}^{\sigma_{mn}^l} \\ E\varepsilon_m^{s_{mn} + \hat{\phi} - 1} \exp \left\{ -(\hat{\phi} + \hat{\gamma}_m \hat{\psi}_{mn}) E\varepsilon_m \right\} \end{aligned} \quad (3.27)$$

と定義する。異質性パラメータ $E\varepsilon_m$ の最尤推計量は

$$\frac{\partial \ln \mathcal{L}_m^{\circ\circ}(\xi_m, E\varepsilon_m : \hat{\theta}_m)}{\partial E\varepsilon_m} = 0 \quad (3.28)$$

を満足するような $E\hat{\varepsilon}_m(\hat{\theta}_m)$ として

$$E\hat{\varepsilon}_m(\hat{\theta}_m) = \frac{\sum_{n=1}^{N_m} s_{mn} + \hat{\phi} - 1}{\sum_{n=1}^{N_m} \hat{\phi} + \hat{\gamma}_m \hat{\psi}_{mn}} \quad (3.29)$$

と表すことができる。同様に、異質性パラメータを、タイプ別、用途 (PC, サーバー, その他装置) 別に集計化した異質性パラメータ $E\varepsilon_{mq} (m, q = 1, 2, 3)$ の最尤

表 3.6: 異質性パラメータ

	HDD	電源部	処理部本体
$E\hat{\varepsilon}_m(\hat{\theta})$	0.923 (9.746)	0.205 (8.737)	0.431 (20.086)
$E\hat{\varepsilon}_{m1}(\hat{\theta})$	1.302 (0.022)	- -	0.366 (8.344)
$E\hat{\varepsilon}_{m2}(\hat{\theta})$	0.900 (6.403)	- -	0.527 (3.973)
$E\hat{\varepsilon}_{m3}(\hat{\theta})$	0.095 (14.552)	- -	0.410 (8.243)

注) -は、該当する用途に用いられる機器が存在しないことを示す。 $E\hat{\varepsilon}_{mq}(\hat{\theta})$ ($q = 1, 2, 3$) は、それぞれ PC, サーバー, その他の装置の平均的異質性パラメータを表す。また、()内の数字は尤度比検定統計量を示している。

推計量 $E\hat{\varepsilon}_{mq}(\hat{\theta}_m)$ は

$$E\hat{\varepsilon}_{mq}(\hat{\theta}_m) = \frac{\sum_{n \in \eta_q} s_{mn} + \hat{\phi} - 1}{\sum_{n \in \eta_q} \hat{\phi} + \hat{\gamma}\hat{\psi}_{mn}} \quad (3.30)$$

と表すことができる。ただし、 q は機器の用途であり、 $q = 1$ の時は PC, $q = 2$ の時はサーバー, $q = 3$ の時はその他の用途を表す。また、 η_q は、用途が q となる装置の集合を表す。以上のような考え方で集計化した平均的異質パラメータの最尤推計量を表-3.6 に示している。タイプ別に集計した平均的異質性パラメータを比較すれば、 $E\hat{\varepsilon}_1(\hat{\theta}) > E\hat{\varepsilon}_3(\hat{\theta}) > E\hat{\varepsilon}_2(\hat{\theta})$ が成立している。さらに、到着密度パラメータについても同様の関係が成り立っているので、ハザード率は HDD が最も大きく（最も故障しやすく）、電源部が最も小さくなる。各タイプごとに得られた異質性パラメータを集約化した平均的異質性パラメータ $E\hat{\varepsilon}_m(\hat{\theta})$ を求めることにより、各タイプの機器の平均的な劣化特性を表すワイブル劣化ハザードモデルを得ることができる。各タイプ別に集計化した平均的な異質性パラメータ $E\hat{\varepsilon}_m(\hat{\theta})$ ($m = 1, 2, 3$) を用いて、各タイプ別の平均的な生存関数を求めた結果を図-3.4 に示している。ここで、生存確率は全サンプルのうち、当該期間に生存しているサンプルの相対比率を表している。なお、機器の寿命は、一般的に耐用年

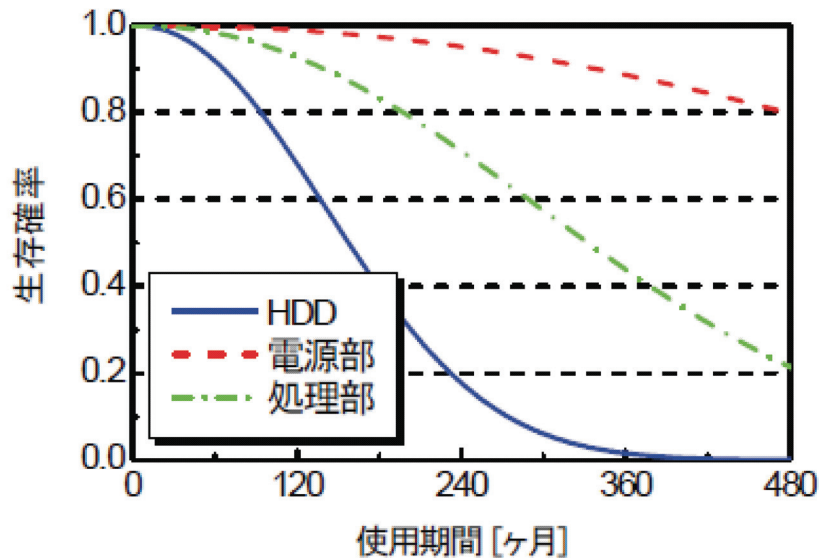


図 3.4: タイプ別の生存関数

数として評価されることが多い。同図は、生存確率に応じた耐用年数を示していると考えることができる。したがって、生存確率を管理指標として採用することで、任意の管理指標のもとでの耐用年数を評価することができる。ただし、管理指標は機器の重要性を勘案して設定する必要がある。図-3.4 より、例えば生存確率が 50%となる使用期間（耐用年数）は、HDD では 158ヶ月、電源部では 804ヶ月、処理部では 332ヶ月となっている。さらに、HDD を 120ヶ月使用した際の生存確率は約 68.2%であり、240ヶ月使用した際の生存確率は約 17.8%である。これにより、HDD は、使用期間が長くなればなるほど故障発生確率が加速度的に大きくなることがわかる。また、電源部を 120ヶ月使用した際の生存確率は約 98.9%、240ヶ月使用した際の生存確率は約 95.1%であり、処理部ではそれぞれ約 92.7%、約 71.1%となる。したがって、電源部、処理部についても HDD と同様に使用期間が長くなればなるほど故障発生確率が加速度的に大きくなるといえるが、これら 3つのタイプの中でも HDD が最も急な勾配を持ち、電源部が最も緩やかな勾

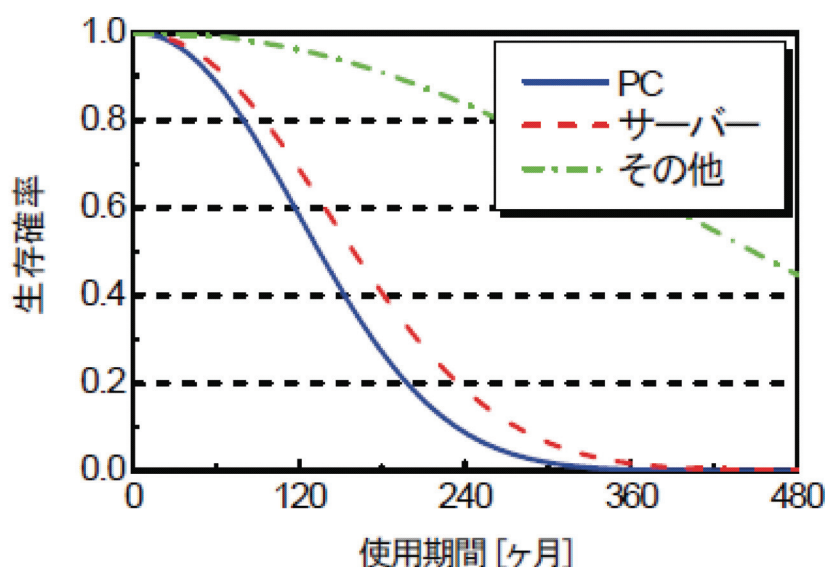


図 3.5: HDD の生存関数

配を持つことがわかる。さらに、HDD、処理部の異質性パラメータを用途別に集計して求めた生存関数を図-3.5、図-3.6に示している。図-3.5は、HDDの生存関数を表している。同一のHDDでも、用途によりHDDの使用環境が異なる。同図に示すように、PC、サーバー、その他の装置という3つの用途の中で、PCとして利用した場合にもっとも故障が早くなる。異質性パラメータの最大値はPC部であり、生存確率が50%となる使用期間は135ヶ月である。一方、異質性パラメータの最小値はその他装置で、生存確率が50%となる使用期間は448ヶ月である。また、図-3.6の処理部においては、サーバー使用の場合のハザード率をもっとも大きい値を示し、使用期間303ヶ月で生存確率50%となる。PCの場合、ハザード率をもっとも小さく、生存確率が50%となる使用期間は358ヶ月である。

表-3.6に、機器を装置カテゴリー別に集約して推計した異質性パラメータの期待値と、異質性パラメータの説明力に関する尤度比検定の結果を示している。若干の機器（PC部に用いられるHDD）を除いて、尤度比検定統計量は有意水準

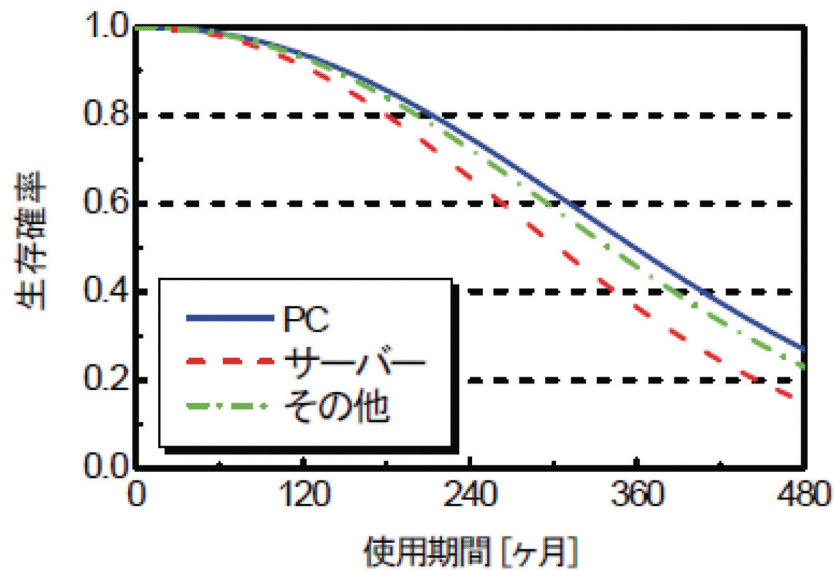


図 3.6: 処理部の生存関数

95%に対応する統計量 3.84 を超えており、異質性パラメータは有意であることが理解できる。表-3.5 に、各部局の PC 部に用いられる HDD の異質性パラメータを示しているが、この中で、部局 8 の異質性パラメータの値は 5.40 と非常に大きい。また、サンプル数も少なくない。実際、部局 8 において PC 部に用いられる HDD の異質性パラメータの尤度比検定統計量は 12.04 であり、パラメータの異質性が極めて顕著であることが理解できる。また、同異質性パラメータを除いて集約化した異質性パラメータ $E\hat{\epsilon}'_{11}(\hat{\theta})$ は 0.539、尤度比検定統計量は 9.746 となり、異質性パラメータを導入しても説明力がないという帰無仮説を、有意水準 95% で棄却することができる。一方、PC 部に用いられる HDD の異質性パラメータの期待値 $E\hat{\epsilon}_{11}(\hat{\theta})$ は、有意水準 95% で、異質性パラメータの説明力がないという帰無仮説を棄却できない。これは、PC 部で利用されている HDD に関しては、部局によって異質性パラメータ値が大きく異なっており、すべての部局で用いられている機器を 1 つのカテゴリーに集約できないことを意味している。

本適用事例で示したように、本章で提案したランダム比例ワイブル劣化ハザー

第3章 ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル：大規模情報システムへの適用

ドモデルは、劣化特性が多様に異なる多様な機器構成を持つ大規模情報システムの劣化過程をモデル化するために有効な手法であることが理解できる。ハザードモデルは信頼性工学の分野で発展した解析手法であるが、ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを作成し、個別機器の劣化特性の異質性を実証的に分析した事例は、筆者の知る限り他に見当たらない。ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを用いることにより、機器・設備タイプや装置の多様性と対応した生存関数、寿命関数を推計することが可能であり、情報システムだけでなく、大規模設備システムのライフサイクル費用評価の精緻化に資することが期待できよう。さらに、このような精緻な予測モデルを基本ツールとして組み入れることにより、大規模な情報・設備システムの更新問題に対して動的故障解析や陳腐化を考慮したリアルオプション手法を用いたアプローチが可能となる。また、このような劣化特性が異なる多くの要素で構成され、それらが複雑な階層構造かつ広範囲に及ぶネットワークを形成しているシステムは、土木施設を支援する情報・設備システムの特徴であると言える。本章で提案した手法は、本適用事例でとりあげた交通管制情報システムだけでなく、土木施設の機能を支援する多様な情報・設備システムへの適用が可能である。さらに、劣化特性の異質性という観点で言えば、部材や構成要素ごとに施工条件、構造・材料特性や使用条件が異なるような土木施設の劣化特性を分析する問題にも適用可能である。今後、多くの土木施設を対象とした適用事例を積み重ねることにより、ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルの有効性を検証することが重要である。

3.5 結言

本章では、社会基盤施設を支援する大規模情報システムの機器レベルのアセットマネジメントを対象として、情報システムを構成する機器群の劣化故障予測モ

デルを提案した。その際、情報システムが、多数のタイプの機器で構成されることに着目し、タイプ間におけるハザード率の異質性を表現できるような故障解析モデルが必要であることを指摘した。このような故障率の異質性を操作的に表現するために、ワイブル劣化ハザードモデルをベースモデルとし、ハザード率の比例的異質性を標準ガンマ分布で表現したようなランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを定式化した。さらに、高速道路の交通管制情報システムを対象とした適用事例を通じて、提案したハザードモデルの有効性を実証的に検証した。本章で提案したランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを情報システムのアセットマネジメントへ適用する上で、いくつかの研究課題が今後に残されている。第1に、本章で提案したハザードモデルを用いた機器レベルでのアセットマネジメントの方法論を開発することが必要である。特に、情報システムの運用期間中に、情報機器が製造中止になり、必要な機器が容易に入手できなくなる場合がある。この場合、代替品を利用すると費用が嵩むことになる。したがって、将来の品切れに対応するために、交換機器を備蓄することが必要となる。あるいは、情報機器の予防的保全を実施するために、機器の更新間隔を合理的に決定することが必要となる。このような機器レベルでの、アセットマネジメントを実施する上で、本章で提案したハザードモデルは中心的な役割を果たすことになる。第2に、情報システムの機能レベルでの故障解析が必要となる。機能レベルのアセットマネジメントでは、機器、機器群の故障がシステム全体の機能障害に及ぼす影響の重大性に着目して、各機器、機器群の保全戦略を検討することが求められる。第3に、情報システムのシステムレベルのアセットマネジメントに取り組む必要がある。このためには、情報システムの技術的陳腐化、処理時間の遅延と、情報システムの動的故障過程を同時に考慮に入れて、情報システムの最適更新タイミングを決定するようなリアルオプションモデルの開発が必要となる。

表 3.7: 記号対応表 (3 章)

機器のタイプ	M
装置数	N
機器数	L
時刻	t
寿命を表す確率変数	ζ
ζ の従う確率密度関数	f
ζ の従う分布関数	F
生存確率	\tilde{F}
ハザード関数	λ
到着密度を表すパラメータ	γ
加速度パラメータ	ϑ
異質性パラメータ	ε
標準ガンマ分布の分散パラメータ	ϕ
ガンマ分布	G
ガンマ分布の確率密度関数	g
ガンマ分布を規定するパラメータ	a, b
機器の故障履歴	ξ
機器の故障履歴の全体集合	Ξ
ダミー変数	σ
条件付き尤度	ℓ
有意水準	ω
推計すべき未知パラメータベクトル	θ
集計化した異質性パラメータ	$E\varepsilon$

参考文献

- [1] Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.
- [2] Gouriéroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000.
- [3] Shin, H.C. and Madanat, S.M. : Development of stochastic model of pavement distress initiation, 土木学会論文集, No.744/IV-61, pp.61-67, 2003.
- [4] 青木一也, 山本浩司, 小林潔司 : 劣化予測のためのハザードモデルの推計, 土木学会論文集, No.791/VI-67, pp.111-124, 2005.
- [5] 津田尚胤, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司 : 橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推計, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.68-82, 2005.
- [6] 青木一也, 山本浩司, 津田尚胤, 小林潔司 : 多段階ワイブル劣化ハザードモデル, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.125-136, 2005.
- [7] 津田尚胤, 貝戸清之, 山本浩司, 小林潔司 : ワイブル劣化ハザードモデルのベイズ推計法, 土木学会論文集, No.3/VI-62, pp.473-491, 2006.
- [8] 貝戸清之, 小林潔司 : マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定, 土木学会論文集 A, Vol.63, No.2, pp.336-355, 2007.

- [9] Gouriéroux, C. and Visser, M.: A count data model with unobserved heterogeneity, *Journal of Econometrics*, Vol.79, pp.247-268, 1986.
- [10] Cruz, M.G.: *Modelling, Measuring and Hedging Operational Risk*, Wiley, 2002.
- [11] Cameron, A.C. and Trivedi, P.K.: Regression-based tests for overdispersion in the Poisson model, *Journal of Econometrics*, Vol.46, pp.347-34, 1990.
- [12] Cameron, A.C. and Trivedi, P.K.: *Regression Analysis of Count Data*, Cambridge University Press, 1998.
- [13] Mikosch, T.: *Non-Life Insurance Mathematics*, Springer, 2000.
- [14] McNeil, J.A., Frey, R. and Embrechts, P.: *Quantitative Risk Management*, Princeton University Press, 2005.
- [15] Maher, M.J. and Summersgill, I.: A comparative methodology for the fitting predictive accident models, *Accident Analysis & Prevention*, Vol.28, pp.281-296, 1996.
- [16] Lawless, J.F.: Negative binomial and mixed Poisson regression, *Canadian Journal of Statistics*, Vol.15, pp.209-225, 1987.
- [17] Piegorsch, W.W.: Maximum likelihood estimation for the negative binomial dispersion parameter, *Biometrika*, Vol.46, pp.863-867, 1990.
- [18] 貝戸清之, 小林潔司, 加藤俊昌, 生田紀子: 道路施設の巡回頻度と障害物発生リスク, 土木学会論文集 F, Vol.63, No.1, pp.16-34, 2007.
- [19] 磯田和男, 大野豊: 数値計算ハンドブック, オーム社, 1990.
- [20] 森棟公夫: 計量経済学, 東洋経済新報社, 1999.

第4章 劣化ハザード率評価とベンチマーキング

4.1 緒言

近年、目視検査データに基づく統計的劣化予測手法に関する研究が蓄積している [1]. 統計的劣化予測手法は、膨大な劣化情報から劣化過程の背後に存在する規則性をモデル化する手法である. 特に、マルコフ劣化ハザードモデル [2] (以下、マルコフ劣化モデルと略記) の開発により、マルコフ推移確率の推定精度や実データへの適用性が飛躍的に向上した. さらに、マルコフ劣化モデルを搭載したアセットマネジメントシステムが構築され、アセットマネジメントの戦略レベルの意思決定に有用な情報の提供が可能であることが実証的に示されている [3].

土木施設の劣化過程は、同一の構造・材料特性、かつ使用条件の下であっても、土木施設が置かれている環境条件、施工時における品質等により、多様に異なることが一般的である. また、技術革新により土木施設の長寿命化が図られ、結果としてライフサイクル費用が低減される場合も少なくない. その中で、土木施設の品質向上とライフサイクル費用を継続的に低減するためのマネジメント技術の必要性が高まっている. このようなマネジメント上の課題を達成するためには、所与の構造・材料特性の土木施設の平均的な寿命や標準的な劣化過程を表すベンチマーキング劣化曲線を設定するとともに、対象とする土木施設の寿命や劣化速度を相対評価することが必要となる. 相対評価の結果、劣化速度が有意に早いことが判明すれば、劣化原因の究明が不可欠となろう.

マルコフ劣化モデルは、膨大な劣化情報を集計し、施設固有の構造特性や環境条件を説明変数として採用できるため、個々の施設の劣化予測を行うことが可能である。しかし、土木施設の劣化過程の異質性を説明変数で表現しようとするれば、必然的に説明変数の数が増加し、個々の説明変数の説明力が低下する。また、劣化過程の異質性の中には観測不可能な要因に支配されるものもある。したがって、劣化過程の異質性を説明変数のみを用いて表現する方法には自ずと限界があり、施設個々を対象としたミクロレベルの意思決定に対する統計的劣化予測手法の適用の弊害となっている。

以上の問題意識の下に、本章では、土木施設間の劣化速度の多様性を異質性パラメータを用いて表現する混合マルコフ劣化モデルを提案する。また、標準的な劣化過程を表現するベンチマーキング劣化曲線の作成と、個別土木施設における劣化速度を相対評価できるような方法論を併せて提案する。さらに、実際の橋梁のRC床版を対象として、本章で提案した方法論の有効性を検証する。以下、**4.2.**では、本章の基本的な考え方を説明する。**4.3.**では、マルコフ劣化モデルについて概要を記述する。**4.4.**では、ハザード率がガンマ分布に従う混合マルコフ劣化モデルを定式化し、モデル推定のための2段階推定方法を提案する。**4.5.**では、実橋RC床版を対象とした実証分析について考察する。

4.2 本章の基本的な考え方

4.2.1 従来の研究概要

土木施設の劣化予測に関しては、数多くの研究事例がある。土木施設の統計的劣化予測モデルとしてマルコフ推移確率モデルが提案されている。マルコフ推移確率の推定方法として、1) 集計的推定方法と、2) 非集計的推定方法が存在する。前者の方法は、ある一定の観測期間の中で生起したレーティング間の推移状態に関するデータに基づいて、マルコフ推移確率を直接推定することを目的とする。

もっとも単純な算定方法は、レーティング間の推移状態に関する実データの数え上げにより、推移確率を直接定義する方法 [4] である。これに対して、最尤法により、推移確率を推定する方法 [5] も提案されている。マルコフ推移確率は、推移確率を定義する期間間隔に依存する。現実には検査されるレーティングデータには、観測期間長が異なる多様なデータが混在している場合が多い。この場合、実データが観測された期間間隔の差異がもたらす影響を補正することが必要となる。杉崎等は、異なる観測期間長を有する目視検査データを用いて、マルコフ推移確率を集計的に推定する方法を提案している [6]。しかし、このような集計的劣化予測方法では、個々の施設が置かれている使用環境や、施設が有する構造的、機能的特性と推移確率との関係をモデル化できないという限界がある。

これに対して、非集計的推定方法は、個々の土木施設の劣化過程に関する情報に基づいて、その背後にある劣化過程の統計的規則性を推定する方法である。このような非集計的推定方法として、貝戸等 [7] は、ニューヨーク市（以下、NY 市と略記）における橋梁の目視検査データを用いて、橋梁の劣化速度に着目した平均劣化曲線の算出方法を検討している。また、劣化速度を確率変数と捉えて、過去の検査履歴を反映したマルコフ推移確率の推定方法を提案した。その後、非集計的推定方法は、ハザードモデル [8],[9] の適用により、飛躍的な発展を遂げている。その中で、Mishalani and Madanat[10] は、2 つの隣接するレーティングのみを対象として、マルコフ推移確率を指数ハザードモデルを用いて表現する方法を提案した。これとは独立に、津田等 [2] は、2 つ以上の任意のレーティング間における推移状態を表現する多段階指数ハザードモデルを提案し、マルコフ推移確率を推定する一般的なマルコフ劣化モデルを提案した。その後、マルコフ推移確率が過去の記憶を有する非斉次マルコフ推移確率を推定するための多段階ワイブル劣化ハザードモデル [11]、異なる劣化パターン間の推移過程を表現する階層型

指数劣化ハザードモデル [12] が提案されている。また、マルコフ推移確率の推定方法に関しては、検査データが非常に少ない段階で、技術者の経験情報と検査結果を結合してマルコフ推移確率を推定するベイズ推定法 [13],[14]、予防補修により検査データが欠損することにより発生する欠損バイアスを補正する方法 [15] が提案されている。しかし、これらのハザードモデルは、いずれも確定的なハザード関数を用いており、個別施設に特有なハザード率の異質性を考慮できないという限界がある。このような観点から、貝戸等 [16] はハザード率の異質性を考慮した混合ワイブル劣化ハザードモデルを提案し、交通管制システムのマネジメントに適用している。しかし、そこでは故障の有無を表す2値変数を用いて、システムの劣化状態を表現しており、複数のレーティングを用いて表現できる劣化速度の異質性を評価できる枠組になっていない。また、土木施設のベンチマーキング劣化曲線の設定や、劣化速度の相対評価・診断という視点は見られない。本章では、多段階指数ハザードモデルにおけるハザード率の異質性を考慮した混合マルコフ劣化モデルを定式化するとともに、ベンチマーキング劣化曲線と劣化速度の相対評価指標を作成するための方法論を提案する。

4.2.2 ハザード率の異質性

本章における実証分析の対象である橋梁部材を例にとり、本章の問題意識について説明する。いま、同一の構造、設計仕様、使用条件を持つ2つの橋梁 A, B を考える。橋梁 A の初期施工状態は優良であるが、橋梁 B の施工状態が全体として劣悪であったと仮定する。これら2つの橋梁の各部材の劣化過程には、使用時間が経過するごとに多様な違いが現れる。しかし、2つの橋梁の施工状態が異なるため、2つの橋梁の部材の劣化過程には大きな違いがあると考えることが自然である。このような橋梁全体に関わる施工状態の差異等に起因して生じる橋梁部材の劣化過程の変動を、本章では劣化特性の「異質性」と呼ぶこととする。一方、

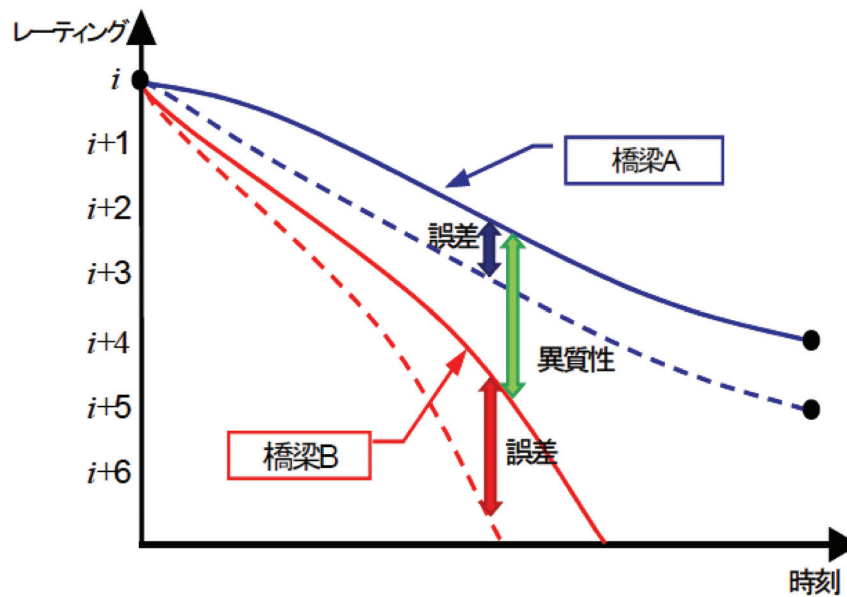


図 4.1: レーティングと劣化予測モデル

同一の橋梁を構成する部材の間でも、各部材固有の要因や局所的な施工状態により、劣化速度が異なる場合がある。このような同一グループ（橋梁）内における劣化速度の変動を、本章では劣化特性に介在する「誤差」と呼ぶこととする。

マルコフ劣化モデルは、個々の橋梁部材の劣化特性を確定的なハザード関数を用いて表現する。その際、確定的な劣化過程をただ1つ示すのではなく、平均的な劣化過程（期待値パスと呼ぶ）と、その周りにおける劣化過程の「誤差」分布を表現している。このような確率的に可能な劣化過程の中で、実現するであろう1つの劣化過程のサンプルをサンプルパスと呼ぶ。図-4.1は、橋梁Aの平均的な劣化過程を表す期待値パス（青い実線）と、可能な劣化過程を表すサンプルパス（青い破線）を例示している。これらのサンプルパスの確率的な散らばりは同一橋梁内の劣化速度の誤差により生じたものであり、同一のハザード関数を用いたマルコフ劣化モデルを用いて表現できる。しかし、初期施工状態が異なる2つの橋梁が、同一の平均的な期待値パスを持つとは考えにくい。施工状態が悪い橋梁

Bは、橋梁Aとは異なる（より大きな）ハザード率を持つと考える方が妥当である。すなわち、図4.1の赤い実線は橋梁Bの期待値パスを表しており、橋梁Aとは異なるハザード率を用いて表現することができる。さらに、同図の赤い破線は、橋梁Bの各部材の劣化過程の散らばりを表すサンプルパスを表している。このように、橋梁ごとに、初期施工条件等の異質性要因が介在する場合、マルコフ劣化モデルを用いて劣化予測を行うと、期待値パスのシフトで代表されるような劣化過程のシステムの推定誤差が発生する可能性がある。

4.2.3 混合マルコフ劣化モデル

伝統的なハザード解析では、確定的ハザード関数を用いて、ランダムな故障事象の発生過程を分析することが多かった。しかし、ハザード率に異質性が存在する場合、従来のハザード解析の方法を拡張することが必要となる。ハザード率の異質性を考慮する方法として、1) グループ特性の相違をダミー変数で表現する方法、2) ハザード率の確率分布を考慮する方法が考えられる。前者の方法は、簡便で分かりやすいという利点がある。その一方で、異質性を考慮するために、グループ特性を表すダミー変数の数が増加し、モデルの推定結果の効率性が著しく低下するという問題が生じる。たとえば、本章の実証分析では、1,481橋を対象として、RC床版の劣化速度を橋梁ごとに相対比較する。しかし、各橋梁の異質性を1,480個のダミー変数で表現したようなマルコフ劣化モデルを定式化することは現実的でないだろう。さらに、ハザード率の異質性を表現するために説明変数の数を増加しても、依然として説明変数として表現しきれない異質性が残存している可能性も存在する。したがって、本章では、後者の方法、すなわちグループのハザード率の異質性を確率分布で表現するような混合ハザードモデルを用いる。混合ハザードモデルでは、ハザード関数を支配する異質性パラメータが、ある確率密度関数に従って分布すると考える。その上で、混合ハザードモデルを、

ハザード関数と異質性パラメータの確率分布の確率的コンボリューションにより定義する．このような混合ハザードモデルに関しては，すでにいくつかの提案 [17]-[21] がなされている．また，貝戸等が路上障害物の到着過程をモデル化するなど，アセットマネジメントへの適用事例 [22] も現れている．本章では，津田等が開発したマルコフ劣化モデルに対して，各レーティングにおける劣化速度の異質性を明示的に考慮した混合マルコフ劣化モデルを提案する．**4.3.** で説明するように，マルコフ劣化モデルでは，単位時間間隔あたりにレーティングが 1 つ進展する（劣化が進展し，レーティングが悪くなる）確率をハザード率を用いて表現する．混合マルコフ劣化モデルでは，個々の橋梁部材の劣化特性の異質性を異質性パラメータという確率変数を用いて表現する．異なるレーティングのハザード率に対して同一の異質性パラメータが含まれるようなマルコフ劣化モデルを開発することにより，**図-4.1** の青い実線と赤い実線で示したような橋梁間における劣化速度のシステムの異質性を表現することが可能となる．

4.2.4 ベンチマーキングと相対評価

いま，土木施設システムを構成する施設・要素群を K 個のグループに分類し，各グループごとの劣化速度を相対評価する問題を考える．本章の実証分析では，橋梁 RC 床版の劣化速度の相対評価問題を取りあげる．その際，個別橋梁単位を 1 グループと考え，ある 1 つの橋梁を構成する複数の RC 床版を，同一グループに含まれる要素と位置づける．その上で，先述したように，同一の構造・材料特性，かつ使用条件の下にあるグループ間における RC 床版の劣化速度の変動を「異質性」と定義し，同一グループ内における劣化速度の変動を「誤差」と呼ぶ．このとき，RC 床版の劣化速度を橋梁間で比較する問題は，グループ間の劣化速度を相対評価する問題として定式化できる．このような劣化速度を相対比較する問題は，橋梁以外にも数多くの土木施設に共通して見出すことが可能である．例えば，

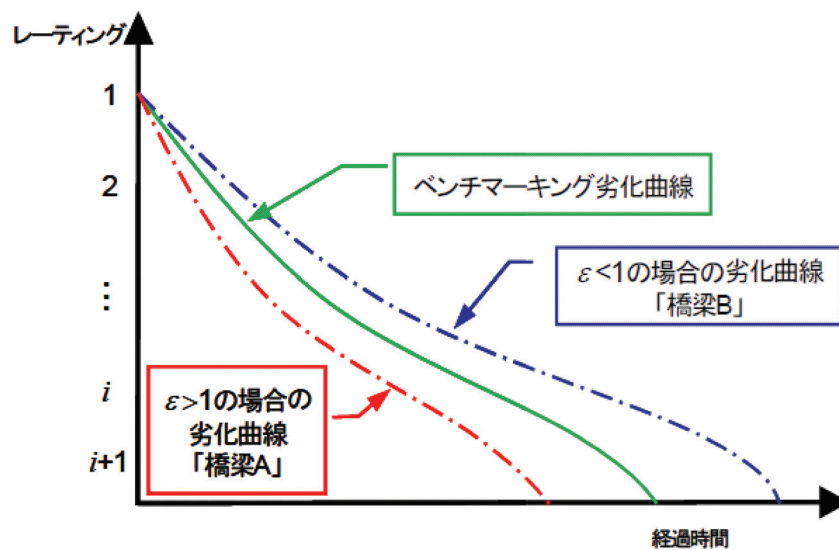


図 4.2: 劣化曲線の相対評価

注) 実線は $\varepsilon = 1$ の場合と対応しており、ベンチマーキング劣化曲線を表す。ベンチマーク劣化曲線より下方に位置する劣化曲線は平均より劣化の進行が早い場合を、上方に位置する場合は劣化の進行が遅いことを意味する。

路線や竣工時期ごとに舗装の劣化速度を比較する問題も、同様に劣化速度の相対評価問題として定式化できる。このような劣化速度の相対比較を実施する場合、混合マルコフ劣化モデルは重要な役割を果たすことになる。混合マルコフ劣化モデルでは、異質性パラメータの推定値により、劣化速度の相対評価を行うことが可能である。異質性パラメータの詳細に関しては 4.4.2 で、劣化速度の相対評価に関しては 4.4.6 で議論することとし、ここでは確率変数 ε を橋梁 (グループ) 間の劣化速度の異質性を表すパラメータ (異質性パラメータ) とする。このとき、異なる橋梁の RC 床版の平均的劣化曲線が、時間の関数として図-4.2 に示すように表現できたと考える。比較の対象とする橋梁は、すべて同一の構造・材料特性、使用条件を有していると考え、同図において緑の実線で描かれた平均的劣化曲線は、対象とする橋梁群の平均的な劣化曲線を表している。この平均的な劣化曲

線より下方に位置する橋梁 **A** は、平均的劣化曲線より劣化速度が速いと評価できる。逆に、上方に位置する橋梁 **B** は、劣化速度が遅いと評価できよう。平均的な劣化曲線は、橋梁の劣化速度の大小関係进行评估するための基準となる劣化曲線であり、本章ではベンチマーキング劣化曲線と呼ぶこととする。混合マルコフ劣化モデルを用いれば、同一特性を有する橋梁の劣化速度の違いを、異質性パラメータを用いて表現することができる。このうち、ベンチマーキング劣化曲線では、異質性パラメータが $\varepsilon = 1$ となる。また、 $\varepsilon > 1$ の場合、ベンチマーキング劣化曲線より劣化速度が速く、 $\varepsilon < 1$ の場合は、劣化速度が遅いと評価することができる。同図の橋梁 **A** では、劣化曲線がベンチマーキング劣化曲線よりかなり下方に位置しており、劣化速度が相対的に早いと判断できる。このように他の同じような橋梁よりも、劣化速度が相当程度大きいことが判明した場合、劣化の進行が早い理由に関して究明することが必要となる。一方、橋梁 **B** は、劣化曲線がベンチマーキング劣化曲線より上方に位置している。たとえば、橋梁 **B** に予防保全対策が施されているのであれば、その効果が橋梁 **B** の長寿命化効果として表れていると判定することができよう。このように、混合マルコフ劣化モデルを用いて、個々の橋梁の劣化速度を相対評価することにより、橋梁のアセットマネジメントの高度化のための有用な情報を提供することが可能となる。なお、以上では、同一の構造・材料特性を持つ橋梁を対象とした劣化速度の相対評価問題を取りあげた。しかし、異質性パラメータを導入した混合マルコフ劣化モデルを用いることにより、構造・材料特性や、使用条件が異なる異質な橋梁の劣化速度を比較することも可能になるという利点がある。したがって、本モデルを用いることにより、異なるタイプの橋梁で構成される橋梁群に対して、個々のタイプの橋梁の劣化過程に関するベンチマーキング劣化曲線を設定したり、劣化速度を相対的に検討するための相対評価モデルを開発することが可能となる。

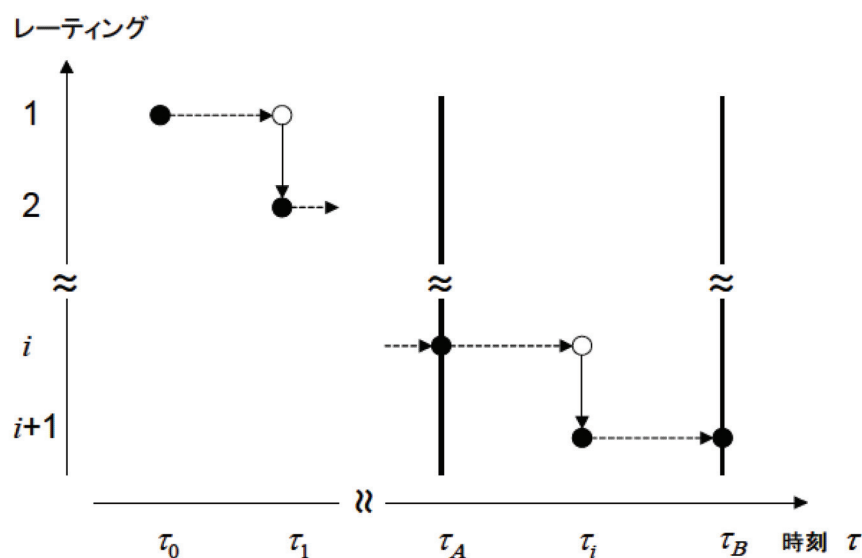


図 4.3: 劣化過程

注) 時刻 τ_i ($i = 0, 1, \dots, I-1$) のレーティングが変化する. 目視検査が実施される時刻 τ_A, τ_B では, レーティングが変化した時刻は判らない.

4.3 マルコフ劣化モデル

4.3.1 モデル化の前提条件

多数の土木施設で構成されるような土木施設システムを考える. 土木施設システムを構成するある要素群の劣化特性をマルコフ劣化モデルで記述する. 本章の実証分析では, 橋梁群を構成する部材 (たとえば, RC 床版) が要素群に該当する. 土木施設の各要素の劣化過程をモデル化するために, ひとまず各要素の劣化速度に異質性が存在しないマルコフ劣化モデルを考える. いま, ある要素の劣化に関する履歴が図4.3に示すように与えられたとする. 同図は, 要素が補修されずに放置された時に, 劣化がどのように進展するかを表したものである. 現実には, 要素の劣化過程には不確実性が含まれ, しかも劣化状態は時間軸上の限られた時刻で実施される検査を通じてのみ知ることができる. 図中, 時刻 τ はカレン

ダー上の実時刻（以下，時刻と呼ぶ）を表す．時刻 τ_0 で橋梁の供用が開始された直後から劣化が始まる．施設の劣化状態は I 個のレーティングで記述される．施設のレーティングを表す状態変数を i ($i = 1, \dots, I$) で表現しよう．施設がもっとも健全な（劣化が進展していない）状態を $i = 1$ で表し，状態変数 i の値が大きくなるほど，劣化が進展していることを表す． $i = I$ の場合，当該の施設は供用限界に到達している．図中の時刻 τ_i ($i = 1, \dots, I - 1$) において，レーティングが i から $i + 1$ に移行している．しかし，目視検査は同図における 2 つの時刻 τ_A, τ_B において実施される．したがって，観測者が獲得できる情報は，検査時刻におけるレーティングのみであり，レーティングが推移した時刻 τ_i ($i = 1, \dots, I - 1$) に関する情報は得られない．

4.3.2 マルコフ推移確率モデル

土木施設の劣化過程をマルコフ推移確率モデルを用いて表現しよう．いま，2 つの時刻間におけるレーティング間の推移状態をマルコフ推移確率で表現する．時刻 τ_A におけるレーティングを状態変数 $h(\tau_A)$ を用いて表す．時刻 τ_A におけるレーティングが i ($i = 1, \dots, I$) であれば $h(\tau_A) = i$ と表せる．マルコフ推移確率は，時刻 τ_A で観測されたレーティング $h(\tau_A) = i$ を与件とし，将来時点（例えば τ_B ）においてレーティング $h(\tau_B) = j$ が生起する条件付推移確率として定義される．すなわち，

$$\text{Prob}[h(\tau_B) = j | h(\tau_A) = i] = \pi_{ij} \quad (4.1)$$

と表せる．このような推移確率をレーティングペア (i, j) に対して求めれば，マルコフ推移確率行列

$$\mathbf{\Pi} = \begin{pmatrix} \pi_{11} & \cdots & \pi_{1I} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \pi_{II} \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

を定義できる．マルコフ推移確率 (4.1) は所与の2つの時点 τ_A, τ_B の間において生じるレーティング間の推移確率を示したものである．当然のことながら，対象とする検査間隔が異なれば推移確率の値は異なる．補修がない限り常に劣化が進行するので， $\pi_{ij} = 0 (i > j)$ が成立する．また，推移確率の定義より $\sum_{j=i}^I \pi_{ij} = 1$ が成立する．すなわち，マルコフ推移確率に関して

$$\left. \begin{array}{l} \pi_{ij} \geq 0 (i, j = 1, \dots, I) \\ \pi_{ij} = 0 (i > j \text{ の時}) \\ \sum_{j=i}^I \pi_{ij} = 1 \end{array} \right\} \quad (4.3)$$

が成立しなければならない．状態 I は，補修のない限りマルコフ連鎖における吸収状態であり， $\pi_{II} = 1$ が成立する．なお，マルコフ推移確率は過去の劣化履歴とは独立して定義される．マルコフ劣化モデルでは，レーティングが $i-1$ から i に推移した時刻に関わらず，検査時刻 τ_A から検査時刻 τ_B の間に推移する確率は時刻 τ_A におけるレーティングのみに依存するという性質（マルコフ性）を満足する．

4.3.3 マルコフ劣化モデル

マルコフ推移確率は，マルコフ劣化モデルを用いて推定できる．本章では，津田等 [2] が開発したマルコフ劣化モデルを用いるが，読者の便宜を図るためモデルの概要を説明しておく．いま，レーティング $i (i = 1, \dots, I-1)$ の寿命を確率変数 ζ_i で表す．レーティング i の寿命が，確率密度関数 $f_i(\zeta_i)$ ，分布関数 $F_i(\zeta_i)$ に従うと仮定する．ここで，図4.3において，レーティングが変化した時刻 $\tau_i (i = 0, \dots, I-2)$ を起点とする時間軸（以下，サンプル時間軸と呼ぶ）を考える．レーティング i のサンプル時間軸上で，カレンダー時刻 τ_{i-1} からの経過時間を t_i と表記する．定義より，時刻 τ_{i-1} では $t_i = 0$ となる．ここで，時刻 τ_{i-1} にレーティングが i となり，そこから時間 t_i が経過した時刻においてレーティングが $i+1$ に変化する確率密度をハザード関数 $\lambda_i(t_i)$ を用いて表現する [8],[9]．ハザード関数は，レーティ

ングが i となった時刻から、時間 t_i が過ぎる間、レーティングが i のまま継続する生存確率 $\tilde{F}_i(t_i)$ を用いて、

$$\lambda_i(t_i)\Delta t_i = \frac{f_i(t_i)\Delta t_i}{\tilde{F}_i(t_i)} \quad (4.4)$$

と表せる。すなわち、ハザード関数 $\lambda_i(t_i)$ は、初期時刻 τ_{i-1} ($t_i = 0$) から時間 t_i が経過するまでレーティング i の状態が継続したという条件の下で、期間 $[t_i, t_i + \Delta t_i)$ 中にレーティング $i+1$ に進展する条件付確率である。ハザード関数が経過時間 t_i に依存せず、常に一定値 $\lambda_i > 0$ ($i = 1, \dots, I-1$) をとる場合、指数ハザード関数

$$\lambda_i(t_i) = \lambda_i \quad (4.5)$$

が成立する。指数ハザード関数を用いることにより、劣化過程が過去の履歴に依存しないというマルコフ性を表現できる。さらに、指数ハザード関数を用いれば、レーティング i の寿命が t_i 以上となる確率 $\tilde{F}_i(t_i)$ は、

$$\tilde{F}_i(t_i) = \exp(-\lambda_i t_i) \quad (4.6)$$

と表現できる。

さらに、カレンダー時刻 τ_A の目視検査の結果、レーティングが i と判断されたとしよう。そののち、時刻 τ_A から追加的に期間 $z(\geq 0)$ 以上にわたってレーティング i が継続する確率 $\tilde{F}_i(\tau_A + z | \zeta_i \geq \tau_A)$ は、

$$\begin{aligned} \tilde{F}_i(\tau_A + z | \zeta_i \geq \tau_A) &= \text{Prob}\{\zeta_i \geq \tau_A + z | \zeta_i \geq \tau_A\} \\ &= \frac{\exp\{-\lambda_i(\tau_A + z)\}}{\exp(-\lambda_i \tau_A)} = \exp(-\lambda_i z) \end{aligned} \quad (4.7)$$

と表される。すなわち、検査時刻 τ_A においてレーティングが i と判定され、次の検査時刻 $\tau_B = \tau_A + z$ においてもレーティングが i と判定される確率は、

$$\text{Prob}[h(\tau_B) = i | h(\tau_A) = i] = \exp(-\lambda_i z) \quad (4.8)$$

となる。ただし、 z は2つの検査時刻の間隔を表す。確率 $\text{Prob}[h(\tau_B) = j | h(\tau_A) = i]$ はマルコフ推移確率 $\pi_{ij}(z)$ にほかならない。指数ハザードを用いた場合、推移確率 $\pi_{ij}(z)$ はハザード関数 λ_i と検査間隔 z のみに依存し、時刻 τ_A , τ_B に関する情報を用いなくとも推移確率を推定することが可能となる。以上の議論を拡張し、指数ハザード関数を用いて、検査時刻 τ_A と $\tau_B = \tau_A + z$ の間でレーティングが i から $j (> i)$ に推移するマルコフ推移確率 $\pi_{ij}(z)$ ($i = 1, \dots, I-1; j = i+1, \dots, I$) は、

$$\begin{aligned} \pi_{ij}(z) &= \text{Prob}[h(\tau_B) = j | h(\tau_A) = i] \\ &= \sum_{m=i}^j \prod_{s=i}^{m-1} \frac{\lambda_s}{\lambda_s - \lambda_m} \prod_{s=m}^{j-1} \frac{\lambda_s}{\lambda_{s+1} - \lambda_m} \exp(-\lambda_m z) \\ &\quad (i = 1, \dots, I-1; j = i+1, \dots, I) \end{aligned} \quad (4.9)$$

と表すことができる [2]。ただし、表記上の規則として、

$$\begin{cases} \prod_{s=i}^{m-1} \frac{\lambda_s}{\lambda_s - \lambda_m} = 1 & (m = i \text{ の時}) \\ \prod_{s=m}^{j-1} \frac{\lambda_s}{\lambda_{s+1} - \lambda_m} = 1 & (m = j \text{ の時}) \end{cases}$$

が成立すると考える。さらに、表記の便宜上、

$$\begin{aligned} &\prod_{s=i, \neq m}^{j-1} \frac{\lambda_s}{\lambda_s - \lambda_m} \exp(-\lambda_m z) \\ &= \prod_{s=i}^{m-1} \frac{\lambda_s}{\lambda_s - \lambda_m} \prod_{s=m}^{j-1} \frac{\lambda_s}{\lambda_{s+1} - \lambda_m} \exp(-\lambda_m z) \end{aligned}$$

と簡略化する。また、 π_{iI} に関しては、マルコフ推移確率の条件より次式で表せる。

$$\pi_{iI}(z) = 1 - \sum_{j=i}^{I-1} \pi_{ij}(z) \quad (i = 1, \dots, I-1) \quad (4.10)$$

なお、マルコフ劣化モデルを用いれば、アセットマネジメントのためのリスク管理指標を導出できる。すなわち、当該レーティングにはじめて到達した時点から、劣化が進展して次のレーティングに進むまでの期待期間長（以下、レーティング期待寿命と呼ぶ）は、生存関数 $\tilde{F}_i(t_i)$ を用いて

$$RMD_i = \int_0^{\infty} \tilde{F}_i(t_i) dt_i \quad (4.11)$$

と表される [8]. ここで, 指数ハザード関数を用いた生存関数 $\tilde{F}_i(t_i)$ が式 (4.6) で表されることに留意すれば, レーティング期待寿命は次式で表される.

$$RMD_i = \int_0^{\infty} \exp(-\lambda_i t_i) dt_i = \frac{1}{\lambda_i} \quad (4.12)$$

式 (4.12) を用いることにより, 図-4.2 に示したように, 初期時点からの経過年数と土木施設の平均的なレーティングとの対応関係を求めることができる. このような対応関係を「劣化曲線」と呼ぶこととする.

4.4 劣化速度の相対評価モデル

4.4.1 相対評価とベンチマーキング

土木施設の劣化特性は, たとえば施工条件等, 多様な要因の影響を受けることが予想される. したがって, 各要素の劣化特性を表すハザード率は確定値ではなく, 観察が困難な個別的な要因の影響を受け, 個別要素ごとに確率変動すると考えることが自然である. 以下では, 個別要素ごとのハザード率の異質性を確率変数で表現した混合マルコフ劣化モデルを定式化する. ハザード率の異質性を考慮することにより, 1) 標準的な劣化過程を表すベンチマーキング劣化曲線を設定する, 2) 個別要素の劣化速度の相対評価を行うことが可能である. ここで, 土木施設の要素を K 個のグループに分類し, 各グループごとの劣化速度を相対的に比較評価する問題を考える.

土木施設のグルーピング方法は, 劣化速度の相対評価を行う目的に依存する. 本章の実証分析では, 橋梁の RC 床版を対象とした劣化速度の相対評価を試みるが, 分析目的により RC 床版のグルーピングの方法が異なる. たとえば, 1 つの橋梁は, 数多くの RC 床版で構成されるが, 橋梁ごとに床版の劣化速度の相対評価を試みる場合, 各橋梁を構成する RC 床版群全体を 1 つのグループと考えることになる. もちろん, 橋梁の構造・材料特性や, 使用条件は橋梁ごとに異なっ

いるため、目視検査の結果で得られた劣化速度を直接比較することには問題がある。そこで、本章では、個別橋梁の構造・材料特性や使用条件を考慮した上で、各橋梁を構成する RC 床版の標準的な劣化過程を表すベンチマーキング劣化曲線を設定する。さらに、ベンチマーキング劣化曲線を基準として、当該の橋梁部材の劣化速度を評価できるような方法論を提案する。

4.4.2 混合ハザードモデル

分析対象とする土木施設システムを構成する要素を K 個のグループに分割しよう。さらに、グループ k ($k = 1, \dots, K$) には、合計 L_k 個の要素が存在すると考える。グループ k ($k = 1, \dots, K$) に固有なハザード率の変動特性を表すパラメータ（以下、異質性パラメータと呼ぶ） ε^k を導入しよう。この時、グループ k の要素 l_k ($l_k = 1, \dots, L_k$) のレーティング i ($i = 1, \dots, I-1$) のハザード率を、混合指数ハザード関数

$$\lambda_i^{l_k} = \tilde{\lambda}_i^{l_k} \varepsilon^k$$

$$(i = 1, \dots, I-1; k = 1, \dots, K; l_k = 1, \dots, L_k) \quad (4.13)$$

を用いて表す。ここに、 $\tilde{\lambda}_i^{l_k}$ はグループ k の要素 l_k が有するレーティング i の平均的ハザード率（以下、標準ハザード率と呼ぶ）である。異質性パラメータ ε^k は、グループ k の標準ハザード率 $\tilde{\lambda}_i^{l_k}$ からの乖離の程度を表す確率変数であり、 $\varepsilon^k \geq 0$ が成立すると仮定する。異質性パラメータ ε^k の値が大きくなるほど、当該グループ k に含まれるすべての施設の劣化速度が、標準ハザード率に対して速いことを表す。式 (4.13) において、すべてのレーティングの混合指数ハザード関数に、同一の確率変数 ε^k が含まれることに留意しよう。これにより、あるレーティングにおいて劣化速度が速い場合、他のレーティングの劣化速度も相対的に速くなるこ

とを表すことができる．いま，異質性パラメータ ε^k が，ガンマ分布 $g(\varepsilon^k : a, b)$

$$g(\varepsilon^k : a, b) = \frac{1}{b^a \Gamma(a)} (\varepsilon^k)^{a-1} \exp\left(-\frac{\varepsilon^k}{b}\right) \quad (4.14)$$

から抽出された確率標本であると考え．ガンマ分布 $g(\varepsilon^k : a, b)$ の平均は ab で，分散は ab^2 である．さらに， $a = 1$ の場合は，指数分布に一致する．

ここで，グループ k ($k = 1, \dots, K$) の異質性パラメータ ε^k の値を $\bar{\varepsilon}^k$ に固定しよう．この時，グループ k のレーティング i の寿命が t_i^k 以上となる確率 (4.6) は，指数ハザード関数 (4.13) を用いて

$$\tilde{F}_i(t_i^k) = \exp(-\tilde{\lambda}_i \bar{\varepsilon}^k t_i^k) \quad (4.15)$$

と書き換えることができる．さらに，グループ k の検査時刻 τ_A^k においてレーティングが i と判定され，次の検査時刻 $\tau_B^k = \tau_A^k + z^k$ においてもレーティングが i と判定される確率 $\pi_{ii}^k(z^k : \bar{\varepsilon}^k)$ は，

$$\pi_{ii}^k(z^k : \bar{\varepsilon}^k) = \exp(-\tilde{\lambda}_i^k \bar{\varepsilon}^k z^k) \quad (4.16)$$

となる．また，検査時刻 τ_A^k と $\tau_B^k = \tau_A^k + z^k$ の間でレーティングが i から j ($j > i$) に推移するマルコフ推移確率 $\pi_{ij}^k(z^k : \bar{\varepsilon}^k)$ は，式 (4.9)，(4.13) より，

$$\begin{aligned} \pi_{ij}^k(z^k : \bar{\varepsilon}^k) &= \sum_{s=i}^j \prod_{m=i, \neq s}^{j-1} \frac{\tilde{\lambda}_m^k}{\tilde{\lambda}_m^k - \tilde{\lambda}_s^k} \exp(-\tilde{\lambda}_s^k \bar{\varepsilon}^k z^k) \\ &= \sum_{s=i}^j \psi_{ij}^s(\tilde{\lambda}^k) \exp(-\tilde{\lambda}_s^k \bar{\varepsilon}^k z^k) \end{aligned} \quad (4.17)$$

($i = 1, \dots, I-1; j = i+1, \dots, I; k = 1, \dots, K$)

と表すことができる．ただし， $\tilde{\lambda}^k = (\tilde{\lambda}_1^k, \dots, \tilde{\lambda}_{I-1}^k)$ である．また， $\psi_{ij}^s(\tilde{\lambda}^k)$ は

$$\psi_{ij}^s(\tilde{\lambda}^k) = \prod_{m=i, \neq s}^{j-1} \frac{\tilde{\lambda}_m^k}{\tilde{\lambda}_m^k - \tilde{\lambda}_s^k} \quad (4.18)$$

となり，平均的ハザード率のみの関数で表される．また， $\pi_{ii}^k(z^k : \bar{\varepsilon}^k)$ に関しては，マルコフ推移確率の条件より式 (4.10) で表せる．

4.4.3 混合マルコフ劣化モデルの導出

つぎに、パラメータ ε^k がガンマ分布 (4.14) に従って分布する場合を考える。まず、レーティング i の寿命が t_i 以上となる確率 (4.6) は、生存関数 (4.15) を用いて

$$\begin{aligned}
 & \pi_{ii}^k(z^k) \\
 &= \int_0^\infty \pi_{ii}^k(z^k : \varepsilon^k) g(\varepsilon^k : a, b) d\varepsilon^k \\
 &= \int_0^\infty \exp(-\tilde{\lambda}_i^k \varepsilon^k z^k) \frac{(\varepsilon^k)^{a-1}}{b^a \Gamma(a)} \exp\left(-\frac{\varepsilon^k}{b}\right) d\varepsilon^k \\
 &= \frac{1}{b^a \Gamma(a)} \int_0^\infty \exp\left\{-\left(\tilde{\lambda}_i^k z^k + \frac{1}{b}\right) \varepsilon^k\right\} (\varepsilon^k)^{a-1} d\varepsilon^k \\
 & \quad (i = 1, \dots, I-1)
 \end{aligned} \tag{4.19}$$

と表すことができる。ここで、 $\varpi_i^k = (\tilde{\lambda}_i^k z^k + \frac{1}{b}) \varepsilon^k$ と置き、確率密度関数の変数変換を行えば

$$\begin{aligned}
 & \pi_{ii}^k(z^k) \\
 &= \frac{1}{b^a \Gamma(a)} \int_0^\infty \exp(-\varpi_i^k) \left(\frac{\varpi_i^k}{\tilde{\lambda}_i^k z^k + \frac{1}{b}}\right)^{a-1} \frac{1}{\tilde{\lambda}_i^k z^k + \frac{1}{b}} d\varpi_i^k \\
 &= \frac{1}{b^a \Gamma(a)} \left(\frac{1}{\tilde{\lambda}_i^k z^k + \frac{1}{b}}\right)^a \int_0^\infty \exp(-\varpi_i^k) (\varpi_i^k)^{a-1} d\varpi_i^k \\
 &= \frac{1}{b^a \Gamma(a)} \left(\frac{1}{\tilde{\lambda}_i^k z^k + \frac{1}{b}}\right)^a \Gamma(a) \\
 &= \frac{1}{(\tilde{\lambda}_i^k b z^k + 1)^a}
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

を得る。マルコフ推移確率 $\pi_{ii}^k(z^k)$ は、ハザード率の確率分布を考慮した検査間隔 z^k の平均的なマルコフ推移確率（以下、平均マルコフ推移確率と呼ぶ）を表している。さらに、検査間隔 z^k の下でレーティング i からレーティング j へ推移する

平均マルコフ推移確率は

$$\begin{aligned}
 & \pi_{ij}^k(z^k) \\
 &= \int_0^\infty \pi_{ij}^k(z^k : \varepsilon^k) g(\varepsilon^k : a, b) d\varepsilon^k \\
 &= \int_0^\infty \sum_{s=i}^j \psi_{ij}^s(\tilde{\lambda}^k) \exp(-\tilde{\lambda}_s^k \varepsilon^k z^k) g(\varepsilon^k : a, b) d\varepsilon^k \\
 &= \sum_{s=i}^j \frac{\psi_{ij}^s(\tilde{\lambda}^k)}{b^a \Gamma(a)} \int_0^\infty \exp\left\{\left(-\tilde{\lambda}_s^k z^k - \frac{1}{b}\right) \varepsilon^k\right\} (\varepsilon^k)^{a-1} d\varepsilon^k \\
 &= \sum_{s=i}^j \frac{\psi_{ij}^s(\tilde{\lambda}^k)}{(\tilde{\lambda}_s^k b z^k + 1)^a}
 \end{aligned} \tag{4.21}$$

と表せる．ガンマ分布 (4.14) の平均は ab で，分散は ab^2 である．いま，異質性パラメータ ε^k が，ハザード率の期待値が平均ハザード率 $\tilde{\lambda}_i^k$ に一致するように分布していると考え．そこで，平均 1，分散 $1/\phi$ のガンマ分布

$$\bar{g}(\varepsilon^k : \phi) = \frac{\phi^\phi}{\Gamma(\phi)} (\varepsilon^k)^{\phi-1} \exp(-\phi \varepsilon^k) \tag{4.22}$$

を仮定すると，平均マルコフ推移確率は

$$\pi_{ii}^k(z^k) = \frac{\phi^\phi}{(\tilde{\lambda}_i^k z^k + \phi)^\phi} \tag{4.23-a}$$

$$\pi_{ij}^k(z^k) = \sum_{s=i}^j \frac{\psi_{ij}^s(\tilde{\lambda}^k) \phi^\phi}{(\tilde{\lambda}_s^k z^k + \phi)^\phi} \tag{4.23-b}$$

$$(i = 1, \dots, I-1; j = i+1, \dots, I)$$

と表される．

4.4.4 混合マルコフ推移確率の推定

土木施設に対して，2つの異なる時点において目視検査が実施された場合を考える．その上で，2つの異なる時点におけるレーティング情報に基づいて，混合マルコフ推移確率を推定する問題を取りあげる．あるいは，土木施設が供用さ

れ、目視検査がはじめて実施された場合でも、供用開始時点と目視検査時点という2つの時点におけるレーティング情報を獲得することができる。いま、土木施設グループ $k(k = 1, \dots, K)$ の要素 $l_k(l_k = 1, \dots, L_k)$ に関して、初回の目視検査が実施されたカレンダー時刻を τ_A^k と表す。それから、時間 \bar{z}^k が経過したカレンダー時刻 $\tau_B^k = \tau_A^k + \bar{z}^k$ に、2度目の目視検査が実施されたと考える。記号「 $\bar{\cdot}$ 」は実測値であることを表す。 $\sum_{k=1}^K L_k = L$ 個の検査サンプルには、初回から2回目の目視検査が実施された時刻までの期間長 \bar{z}^k と、2回の目視検査で計測された橋梁部材のレーティング結果 $h(\tau_A^k)$, $h(\tau_B^k)$ に関する情報が利用可能である。ここで、検査時点の橋梁部材のレーティング結果に基づいて、ダミー変数 $\bar{\sigma}_{ij}^k (i = 1, \dots, I-1, j = i, \dots, I; l_k = 1, \dots, L_k; k = 1, \dots, K)$ を

$$\bar{\sigma}_{ij}^k = \begin{cases} 1 & h(\tau_A^k) = i, h(\tau_B^k) = j \text{ の時} \\ 0 & \text{それ以外の時} \end{cases} \quad (4.24)$$

と定義する。さらに、ダミー変数ベクトルを $\bar{\sigma}^k = (\bar{\sigma}_{11}^k, \dots, \bar{\sigma}_{I-1,I}^k)$ 、施設の劣化速度に影響を及ぼす施設の構造特性や環境条件を表す特性行ベクトルを $\bar{x}^k = (\bar{x}_1^k, \dots, \bar{x}_M^k)$ と表す。ただし、 $\bar{x}_m^k (m = 1, \dots, M)$ はグループ k の要素 l_k の検査サンプルに関する m 番目の説明変数の観測値を表す。また、第1番目の説明変数は定数項に該当する変数であり、恒等的に $\bar{x}_1^k = 1$ である。定期的な目視検査で得られるグループ k の検査サンプル l_k が有する情報を $\xi^k = (\bar{\sigma}^k, \bar{z}^k, \bar{x}^k)$ と表す。また、目視検査データ全体を Ξ と表す。

さらに、検査サンプル $l_k(l_k = 1, \dots, L_k)$ の劣化過程を混合指数ハザード関数 $\lambda_i^k(t_i^k) = \tilde{\lambda}_i^k \varepsilon^k (i = 1, \dots, I-1)$ を用いて表現しよう。レーティング I はマルコフ連鎖の吸収状態であり、 $\pi_{II}^k = 1$ が成立するためにハザード率 $\tilde{\lambda}_I^k$ は必然的に $\tilde{\lambda}_I^k = 0$ となる。土木施設の劣化過程を特徴づける標準ハザード率 $\tilde{\lambda}_i^k (i = 1, \dots, I-1; l_k = 1, \dots, L_k)$ は施設の特性ベクトルに依存して変化すると考え、標準ハザード率 $\tilde{\lambda}_i^k$

を特性ベクトル \mathbf{x}^{lk} を用いて

$$\tilde{\lambda}_i^{lk} = \exp(\mathbf{x}^{lk} \boldsymbol{\beta}_i') \quad (4.25)$$

と表す. ただし, $\boldsymbol{\beta}_i = (\beta_{i,1}, \dots, \beta_{i,M})$ は未知パラメータ $\beta_{i,m}$ ($m = 1, \dots, M$) による行ベクトル, 記号「 $'$ 」は転置操作を表す. また, $x_1^{lk} = 1$ より, $\beta_{i,1}$ は定数項を表す. 平均マルコフ推移確率は, 式 (4.23-a), (4.23-b) で示したように, 各レーティングにおける標準ハザード率 $\tilde{\lambda}_i^{lk}$ ($i = 1, \dots, I-1; l_k = 1, \dots, L_k$) と異質性パラメータの確率分布の分散パラメータ ϕ を用いて表現できる.

平均マルコフ推移確率は, 施設の特性ベクトル \mathbf{x}^{lk} を用いて式 (4.25) で表現できる. また, 推移確率はデータが観察された検査間隔 \bar{z}^k にも依存する. これらのことを明示的に表すため平均マルコフ推移確率 $\tilde{\pi}_{ij}^{lk}$ を目視検査による実測データ $(\bar{z}^k, \mathbf{x}^{lk})$ と未知パラメータ $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\beta}_1, \dots, \boldsymbol{\beta}_{I-1}, \phi)$ の関数として $\tilde{\pi}_{ij}^{lk}(\bar{z}^k, \mathbf{x}^{lk} : \boldsymbol{\theta})$ と表す. いま, $\sum_{k=1}^K L_k$ 個の橋梁部材の劣化現象が互いに独立であると仮定すれば, 全検査サンプルの劣化推移パターンの同時生起確率密度を表す尤度関数は

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}, \Xi) = \prod_{i=1}^{I-1} \prod_{j=i}^I \prod_{k=1}^K \prod_{l_k=1}^{L_k} \left\{ \tilde{\pi}_{ij}^{lk}(\bar{z}^k, \mathbf{x}^{lk} : \boldsymbol{\theta}) \right\}^{\tilde{\sigma}_{ij}^{lk}} \quad (4.26)$$

と定式化できる [23]. ただし, $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\beta}, \phi)$ である. また, $\tilde{\pi}_{ij}^{lk}(\bar{z}^k, \mathbf{x}^{lk} : \boldsymbol{\theta})$ は, 前回の検査時点にレーティングが i であるという条件の下で, 今回のレーティングが j となるレーティング推移確率であり,

$$\tilde{\pi}_{ii}^{lk}(\bar{z}^k, \mathbf{x}^{lk} : \boldsymbol{\theta}) = \frac{\phi^\phi}{\{\exp(\mathbf{x}^{lk} \boldsymbol{\beta}_i') \bar{z}^k + \phi\}^\phi} \quad (4.27-a)$$

$$\tilde{\pi}_{ij}^{lk}(\bar{z}^k, \mathbf{x}^{lk} : \boldsymbol{\theta}) = \sum_{s=i}^j \frac{\psi_{ij}^s(\tilde{\lambda}^{lk}) \phi^\phi}{\{\exp(\mathbf{x}^{lk} \boldsymbol{\beta}_s') \bar{z}^k + \phi\}^\phi} \quad (4.27-b)$$

$$(i = 1, \dots, I-1; j = i, \dots, I; l_k = 1, \dots, L_k; k = 1, \dots, K)$$

と表される. ただし,

$$\psi_{ij}^s(\tilde{\lambda}^{lk}) = \prod_{m=i, \neq s}^{j-1} \frac{\exp(\mathbf{x}^{lk} \boldsymbol{\beta}_m')}{\exp(\mathbf{x}^{lk} \boldsymbol{\beta}_m') - \exp(\mathbf{x}^{lk} \boldsymbol{\beta}_s')} \quad (4.28)$$

である．検査データ $\sigma_{ij}^{l_k}, \bar{z}^{l_k}, \bar{x}^{l_k}$ はすべて確定値であり，対数尤度関数は未知パラメータ β, ϕ の関数である．最尤法では，この尤度関数 (4.26) を最大にするようなパラメータ値 $\hat{\theta} = (\hat{\beta}, \hat{\phi})$ を推定することになる．ここで，尤度 (4.26) の対数尤度関数

$$\ln \mathcal{L}(\theta, \Xi) = \sum_{i=1}^{I-1} \sum_{j=i}^I \sum_{k=1}^K \sum_{l_k=1}^{L_k} \sigma_{ij}^{l_k} \ln \pi_{ij}^{l_k}(\bar{z}^{l_k}, \bar{x}^{l_k} : \theta) \quad (4.29)$$

を定義する．対数尤度関数 (4.29) を最大にするようなパラメータ値 θ の最尤推定値は，

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln \mathcal{L}(\theta, \Xi)}{\partial \theta_i} &= 0 \\ (i &= 1, \dots, (I-1)M+1) \end{aligned} \quad (4.30)$$

を同時に満足するような $\hat{\theta} = (\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_{(I-1)M+1})$ として与えられる．さらに，パラメータの漸近的な共分散行列の推定値 $\hat{\Sigma}(\hat{\theta})$ は，

$$\hat{\Sigma}(\hat{\theta}) = \left[\frac{\partial^2 \ln \mathcal{L}(\hat{\theta}, \Xi)}{\partial \theta \partial \theta'} \right]^{-1} \quad (4.31)$$

と表すことができる．ただし，上式の右辺の逆行列は $\partial^2 \ln \mathcal{L}(\theta, \Xi) / \partial \theta_i \partial \theta_j$ を要素とする $\{(I-1)M+1\} \times \{(I-1)M+1\}$ 次の Fisher 情報行列 [23] の逆行列である．

4.4.5 異質性パラメータの推定

グループ k の検査サンプル ξ^{l_k} ($l_k = 1, \dots, L^k$) に着目しよう．検査サンプル l_k の 1 回目の目視検査によるレーティングを $i(l_k)$ ($l_k = 1, \dots, L^k$)，2 回目の目視検査の結果を $j(l_k)$ と表す．さらに，パラメータの最尤推定量 $\hat{\theta} = (\hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_{I-1}, \hat{\phi})$ を与件としよう．この時，異質性パラメータがガンマ分布 $\bar{g}(\varepsilon : \hat{\phi})$ (式 (4.22) を参照) に従い，グループ k に属する L^k 個の検査サンプル ξ^{l_k} ($l_k = 1, \dots, L^k$) が得られた

場合、これら L_k 個の検査サンプルが得られる異質性パラメータ ε^k に関する同時生起確率密度関数（部分尤度）は、

$$\begin{aligned} & \rho^k(\varepsilon^k : \hat{\theta}, \xi^k) \\ &= \{\pi_{i(l_k)j(l_k)}^{l_k}(\bar{z}^k, \bar{x}^k : \hat{\beta}, \varepsilon^k)\}^{\bar{\sigma}_{i(l_k)j(l_k)}^{l_k}} \bar{f}(\varepsilon^k, \hat{\phi}) \\ &\propto \prod_{l_k=1}^{L^k} \left\{ \sum_{m=i(l_k)}^{j(l_k)} \psi_{i(l_k)j(l_k)}^m(\tilde{\lambda}^{l_k}(\hat{\theta})) \exp(-\tilde{\lambda}_m^{l_k}(\hat{\theta}) \varepsilon^k \bar{z}^k) \right\}^{\bar{\sigma}_{i(l_k)j(l_k)}^{l_k}} \\ &\quad \{(\varepsilon^k)^{\hat{\phi}-1} \exp(-\hat{\phi} \varepsilon^k)\} \end{aligned} \quad (4.32)$$

と表される。ただし、 $\tilde{\lambda}^{l_k}(\hat{\theta}) = (\tilde{\lambda}_1^{l_k}(\hat{\theta}), \dots, \tilde{\lambda}_{l-1}^{l_k}(\hat{\theta}))$ であり、標準ハザード率ベクトルである。ここでは、標準ハザード率 $\tilde{\lambda}_i^{l_k}$ が、パラメータ $\hat{\theta}$ に依存していることを明示的に表現するために $\tilde{\lambda}_i^{l_k}(\hat{\theta})$ と表している。式 (4.32) の両辺の対数をとることにより、部分対数尤度は、

$$\begin{aligned} & \ln \rho^k(\varepsilon^k : \hat{\theta}, \xi^k) \\ &\propto \sum_{l_k=1}^{L^k} \bar{\sigma}_{i(l_k)j(l_k)}^{l_k} \ln \left\{ \sum_{m=i(l_k)}^{j(l_k)} \psi_{i(l_k)j(l_k)}^m(\tilde{\lambda}^{l_k}(\hat{\theta})) \right. \\ &\quad \left. \exp(-\tilde{\lambda}_m^{l_k}(\hat{\theta}) \varepsilon^k \bar{z}^k) \right\} + \{(\hat{\phi} - 1) \ln \varepsilon^k - \hat{\phi} \varepsilon^k\} \end{aligned} \quad (4.33)$$

と表せる。したがって、異質性パラメータ ε^k ($k = 1, \dots, K$) の条件付き最尤推定量は、条件付対数尤度最大化問題

$$\max_{\varepsilon^k} \{ \ln \rho^k(\varepsilon^k : \hat{\theta}, \xi^k) \} \quad (4.34)$$

の最適解 ε^k として求めることができる。以上の方法で求めた異質性パラメータの最尤推定量は、パラメータ $\hat{\theta} = (\hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_{l-1}, \hat{\phi})$ を与件として求めた条件付最尤推定量である。このことを明示的に表現するために、問題 (4.34) の解を、 $\varepsilon^k(\hat{\theta})$ ($k = 1, \dots, K$) と表す。

4.4.6 相対評価モデル

混合マルコフ劣化モデルのパラメータの最尤推定量 $\hat{\theta}$ 、及び異質性パラメータの最尤推定量 $\hat{\varepsilon}(\hat{\theta})$ を用いれば、各グループごとの土木施設の劣化速度の相対評価を容易に行えることができる。推定結果により、異質性パラメータが平均値 1、分散 $\hat{\phi}^{-1}$ のガンマ分布 $\bar{g}(\varepsilon : \hat{\phi})$ に従うことが判明したと考える。ここで、各グループごとに求まった異質性パラメータの推定値に基づいて、劣化の進行が早いグループの集合を定義する。いま、全グループの中で、劣化速度の速いグループの上位 $\omega \times 100\%$ の中に入るような土木施設のグループの集合 $\bar{\Delta}_{\omega}$ （重点監視集合 $\bar{\Delta}_{\omega}$ と呼ぶ）を

$$\bar{\Delta}_{\omega} = \{k \in (1, \dots, K) | \hat{\varepsilon}^k(\hat{\theta}) \geq \bar{\varepsilon}_{\omega}\} \quad (4.35)$$

と定義する。ここに、 $\bar{\varepsilon}_{\omega}$ は、信頼度 $(1 - \omega) \times 100\%$ とした場合の異質性パラメータの上限値（以下では、臨界的異質性パラメータ値と呼ぶ）であり

$$\bar{\varepsilon}_{\omega} = \min_c \left\{ c \left| \int_c^{\infty} \bar{f}(\varepsilon : \hat{\phi}) d\varepsilon \leq \omega \right. \right\} \quad (4.36)$$

で定義される。異質性パラメータの推定値が信頼度 $(1 - \omega) \times 100\%$ の重点監視集合 $\bar{\Delta}_{\omega}$ に属する場合、当該グループに属する土木施設は信頼度 $(1 - \omega) \times 100\%$ で、劣化の進行が速いと判断することができる。逆に、信頼度 $(1 - \omega) \times 100\%$ で、劣化の進行が遅いと評価できるグループ集合を

$$\underline{\Delta}_{\omega} = \{k \in (1, \dots, K) | \hat{\varepsilon}^k(\hat{\theta}) \leq \underline{\varepsilon}_{\omega}\} \quad (4.37-a)$$

$$\underline{\varepsilon}_{\omega} = \max_c \left\{ c \left| \int_0^c \bar{f}(\varepsilon : \hat{\phi}) d\varepsilon \leq \omega \right. \right\} \quad (4.37-b)$$

と定義する。土木施設のあるグループが、集合 $\underline{\Delta}_{\omega}$ に属する場合、当該グループに属する土木施設は、信頼度 $\omega \times 100\%$ で、劣化の進行が遅いと評価できる。また、アセットマネジメントの立場からは、土木施設の特性に関わらず劣化速度が

ベンチマーキングと比較して数倍程度大きい施設に関しては、詳細調査を行うことや、さらには必要に応じて補修・補強対策を施すこと、継続的なモニタリングを実施することが求められる。そこで、混合ハザード率の推定値 $\hat{\lambda}_i^k = \hat{\lambda}_i^k \varepsilon^k$ 自体を管理する場合を考える。ここに、記号 $\hat{\cdot}$ は、推定値であることを示す。そこで、混合ハザード率の推定値 $\hat{\lambda}_i^k$ を大きい順番に $\hat{\lambda}_i^{(1)}, \dots, \hat{\lambda}_i^{(n)}, \dots, \hat{\lambda}_i^{(L)}$ と並べ直す。ただし、上付き添字 $l(n)$ は、すべてのグループに属する土木施設の中で、混合ハザード率の推定値 $\hat{\lambda}_i^k$ が n 番目に大きい施設の添え字 l_k を表す。したがって、 $\hat{\lambda}_i^{(1)}$ は、もっとも劣化速度が大きい土木施設の混合ハザード率と対応する。また、 $L = \sum_{k=1}^K L_k$ はサンプル総数である。以上の記号の定義の下で、劣化速度の速い土木施設の上位 $\omega \times 100\%$ の中に入るような土木施設の集合 $\tilde{\Delta}_\omega$ （重点監視集合 $\tilde{\Delta}_\omega$ と呼ぶ）を

$$\begin{aligned}\tilde{\Delta}_\omega &= \{l(1), \dots, l(n^*(\omega))\} \\ n^*(\omega) &= \arg \sup_n \left\{ \frac{n}{L} \leq \omega \right\}\end{aligned}\tag{4.38}$$

と定義する。ただし、 n は自然数である。

以上の相対評価モデルを用いて、土木施設の劣化速度を評価した結果、グループの劣化速度が重点監視集合 $\bar{\Delta}_\omega$ 、あるいは重点監視集合 $\tilde{\Delta}_\omega$ に属することが判明した場合、そのグループに属する要素は何らかの理由で劣化速度が速いと診断することができる。このような要素に関しては、劣化の進行が早い理由に関して力学的、材料学的な分析を行うことが必要であろう。あるいは、データベースの中に、新材料、新工法を用いて試験的に施工した箇所の劣化データが含まれている場合、試験的施工の結果が長寿命化に資するかどうかは、そのグループの要素が重点監視集合 $\bar{\Delta}_\omega, \tilde{\Delta}_\omega$ に含まれるかどうかを分析することにより判断できる。このように、本章で提案した混合マルコフ劣化モデルを用いれば、土木施設のモニタリングの結果に基づいて、個別の土木施設の劣化速度に関する事後的な相対評

表 4.1: 7段階レーティング評価基準 [24]

レーティング	物理的な意味 (RC 床版)
1	新設状態, 劣化の兆候がほとんどみられない.
2	1 と 3 の中間
3	一部分で漏水が確認できる. (漏水を伴う 一方向ひび割れ, 端部で斑点状の漏水)
4	3 と 5 の中間
5	床版面積 75%以上から漏水が確認できる. 一部分で剥離や剥落が確認できる. 桁上フランジに沿った遊離石灰が確認できる.
6	5 と 7 の中間
7	深刻な剥落や遊離石灰が確認できる. 抜け落ちやその傾向が確認できる.

注) 実際の NY 市のレーティング評価では, 新設状態をレーティング 7 に, 以降劣化が進行するほどレーティング番号が小さくなるようにレーティングが表記されている.

価を実施することが可能となる.

4.5 実証分析

4.5.1 データベースの概要

本章で提案した方法論の有効性を検討するために, NY 市が管理する橋梁の目視検査データを用いて, 混合マルコフ劣化モデルのパラメータと個別橋梁の異質性パラメータの推定を試みる. NY 市の橋梁目視検査および検査データの詳細については, すでに多くの文献 [24],[25] で紹介しているので, ここでは適宜概要を述べるに止める. 混合マルコフ劣化モデルの具体的な推定対象として, 橋梁部材の中でも, 直接輪荷重が作用し, 維持管理上の重要部材である RC 床版を取り上げる. NY 市の RC 床版に対する目視検査の 7 段階のレーティング評価基準を表 4.1 に示す. 本章では, 1987 年から 1996 年にかけて実施された目視検査データをもとにデータベースを作成し, このデータベースを用いて混合指数ハザード関数のパラメータを推定した. なお, データベースでは, 各橋梁部材ごとに識別番号が割り当てられており, これにより同一部材の検査履歴を把握することがで

きる。さらに、部材ごとに、構造特性や環境条件に関する情報が収録されている。また、劣化速度の相対評価を行う RC 床版のグループ単位を橋梁単位とした。グループ総数は 1,481 グループであった。なお、グルーピングをどのような単位で設定するかは、アセットマネジメントの方針によって決まる。本章では橋梁単位でグルーピングを行っているが、これは維持管理計画や補修計画を橋梁単位で立案することが多いという実務的要請を反映したものである。ちなみに、今回の分析においては、RC 床版単位では 10,694 サンプルを得た。本手法を適用することにより、もちろん RC 床版個々の異質性パラメータを推定することも可能であることを付記しておく。また、全 1,481 グループに対して、同一グループ（橋梁）の中に属する要素（RC 床版）の特性値（ハザード率に対する説明変数）はすべて同一の値をとると考えた。なお、補修の実施や、検査誤差などの理由により、定期検査によるレーティングが前回のものより回復しているサンプルは予め除外した。さらに、4.5.2 で述べるように説明変数として採用した平均交通量、床版面積に関する情報が同時に利用可能であるサンプルのみを抽出した。その結果、混合マルコフ劣化モデルの推定のために、合計 32,902 個のサンプルが利用可能であった。なお、これ以降の分析では、表記上の煩雑さを回避するために、説明変数として使用する平均交通量および床版面積のデータを、全サンプル 32,902 個の中のそれぞれの最大値が 1 となるように基準化して用いることとする。

4.5.2 推定結果

上記のデータベースを用いて、混合マルコフ劣化モデルを推定した。同データベースでは、RC 床版のレーティングが 7 段階のレーティングで評価されている。レーティング 7 の状態を除く合計 6 つのレーティングに対して、混合マルコフ劣化モデルを定義することができる。各レーティングに対応する劣化速度を表す混合指数ハザード関数の説明変数の候補として、データベースで利用可能な変数（具

体的には、平均交通量、床版面積、車線数、路線など）をとりあげ、それらの説明変数を組み合わせ、混合指数ハザード関数を推定した。その中で、符号条件を満足し、かつ説明変数の説明力に関する仮説を有意水準5%の尤度比検定で棄却されないような説明変数の組み合わせを選択した。なお、尤度比検定については参考文献[16]を参照されたい。その結果、最終的に平均交通量、床版面積が、混合指数ハザード関数の説明変数として採用された。各橋梁グループ $k(k = 1, \dots, 1,481)$ のRC床版に対する混合指数ハザード関数を、これらの説明変数を用いて具体的に書き表せば、

$$\lambda_i^k = \exp(\beta_{i,1} + \beta_{i,2}x_2^k + \beta_{i,3}x_3^k)\varepsilon^k \quad (4.39)$$

$$(i = 1, \dots, 6; k = 1, \dots, 1,481)$$

となる。ただし、 x_2^k は平均交通量、 x_3^k は床版面積（橋面積/スパン数）、 ε^k は、橋梁 $k(k = 1, \dots, 1,481)$ の劣化特性を表す異質性パラメータである。橋梁 k は、 l_k 個の床版で構成されており、目視検査データは各床版ごとに整備されている。しかし、平均交通量は同一橋梁を構成する床版である限り、共通した値をとる。また、床版面積も同一サイズであることが多い。したがって、同一橋梁を構成する床版の特性変数は、すべて同一の値をとると考える。その結果、各橋梁の床版の劣化過程は、すべて同じ混合指数ハザード関数(4.39)で表現される。しかし、床版ごとに劣化速度が異なるため、各橋梁の床版の劣化過程がマルコフ推移確率で表現されることになる。混合指数ハザード関数(4.39)を用いた場合、混合マルコフ劣化モデルにおいて推定するパラメータは、6つのレーティングそれぞれに対する $\beta_{i,1}$, $\beta_{i,2}$, $\beta_{i,3}(i = 1, \dots, 6)$ という3つの未知パラメータ、および異質性分散パラメータ ϕ の合計19個となる。ここで、混合指数ハザード関数の標準ハザー

表 4.2: 混合マルコフ劣化モデルの推定結果

レーティング	定数項 $\beta_{i,1}$	平均交通量 $\beta_{i,2}$	床版面積 $\beta_{i,3}$
1	-1.0401 -	-	3.1560 (7.7)
2	-1.4863 -	-	3.3308 (67.6)
3	-1.9617 -	0.7166 (63.0)	-
4	-2.4589	0.8705 (45.1)	0.5148 (12.9)
5	-2.3599 -	-	-
6	-1.9984 -	1.5473 (14.8)	-
分散パラメータ ϕ		5.5373 (20.7)	
対数尤度		-20,050	

注) 括弧内は尤度比検定統計量を示している。

ド率として，指数ハザード関数

$$\tilde{\lambda}_i^k = \exp(\beta_{i,1} + \beta_{i,2}x_2^k + \beta_{i,3}x_3^k) \quad (4.40)$$

$$(i = 1, \dots, 6; k = 1, \dots, 1,481)$$

を用いて定義する。指数ハザード関数を用いて標準ハザード率を定義することにより，常にハザード率が正の値をとることが保証される。さらに，標準ハザード率を説明変数の線形和で定義する場合，平均マルコフ推移確率 (4.23-a),(4.23-b) を用いて定義される対数尤度関数 (4.29) が，パラメータ値 $\beta_{i,1}$, $\beta_{i,2}$, $\beta_{i,3}(i = 1, \dots, 6)$, ϕ に関して 1 次同次関数となり，パラメータの推定値が発散するという問題が生じる。指数ハザード関数 (4.40) を用いることにより，標準ハザード率が正値をとり，パラメータ値が一意的に決定されることとなる。表 4.2 には以上の手順で推定した混合マルコフ劣化モデルのパラメータの最尤推定量 $\hat{\beta}$, $\hat{\phi}$ を示している。また，同表には各説明変数の尤度比検定統計量を示している。以上で推定した混合マルコフ劣化モデルの特性を分析するために，異質性を考慮しない標準的なマルコフ

表 4.3: マルコフ劣化モデルの推定結果

レーティング	定数項 $\beta_{i,1}$	平均交通量 $\beta_{i,2}$	床版面積 $\beta_{i,3}$
1	-1.1007 -	-	2.8977 (7.6)
2	-1.5071 -	-	3.2029 (70.1)
3	-1.9730 -	0.6969 (63.2)	-
4	-2.4399	0.8451 (44.2)	0.5129 (13.4)
5	-2.3233 -	-	-
6	-1.9510 -	1.5439 (15.8)	-
対数尤度		-20,062	

注) 括弧内は尤度比検定統計量を示している。

劣化モデル [2] も推定しよう。マルコフ劣化モデルでは、標準ハザード率 (4.40) を用いることにより、マルコフ推移確率は式 (4.9),(4.10) で表現される。表-4.3 には、マルコフ劣化モデル (4.40) の推定結果を示している。表-4.2 と表-4.3 を比較すると、採用された説明変数、および対応するパラメータの最尤推定量 $\hat{\beta}$ は概ね一致している。このことは、異質性パラメータの確率分布が標準ハザード率を平均として分布するように特定化していることを反映している。

つぎに、同データベースの平均交通量と床版面積の平均値 0.2275, 0.0411 を用いて、混合マルコフ劣化ハザード関数を推定するとともに、期待ハザード率 $E[\lambda_i]$ を求めた。ただし、前述したように、平均交通量、床版面積は全サンプル 32,902 個の中に含まれる最大値が 1 となるように基準化した値である。期待ハザード率 $E[\lambda_i]$ は、対象とする RC 床版の母集団を Θ 、母集団 Θ における部材特性の分布関数を $\Gamma(\mathbf{x})$ としたとき、

$$E[\lambda_i] = \int_{\Theta} \mathbf{x} \beta'_i d\Gamma(\mathbf{x}) \quad (4.41)$$

と表せる。以上の結果を表-4.4 に示す。また、当該レーティングにはじめて到達

表 4.4: レーティング期待寿命

混合マルコフ劣化モデル		
レーティング	$E[\lambda_i]$	$E[RMD_i^k](\text{年})$
1	0.4024	2.49
2	0.2594	3.86
3	0.1655	6.04
4	0.1065	9.39
5	0.0944	10.59
6	0.1927	5.19
マルコフ劣化モデル		
レーティング	$E[\tilde{\lambda}_i]$	$E[\tilde{RMD}_i^k](\text{年})$
1	0.3747	2.67
2	0.2527	3.96
3	0.1629	6.14
4	0.1079	9.27
5	0.0979	10.21
6	0.2019	4.95

注) 平均交通量の平均 0.2275, および床版面積の平均 0.0411 を用いたときの平均的な劣化曲線を示している.

した時点から, 劣化が進展して次のレーティングに進むまでのレーティング期待寿命は式 (4.12) で表される. そこで, 全 1,481 橋梁に対してレーティング期待寿命 RMD_i^k を求め, その平均値 $E[RMD_i^k]$ を算出した. その結果を表-4.4 に併記している. 以上のようにして求めた期待ハザード率, およびレーティング期待寿命を用いて描いた劣化曲線を図-4.4 に示す. 図-4.4 に描かれている劣化曲線は, 平均交通量の平均 0.2275, および床版面積の平均 0.0411 を用いたときの平均的な劣化曲線を示している. また, 表-4.4 と図-4.4 には, マルコフ劣化モデルに基づいて算出した期待ハザード率, 期待寿命および劣化曲線も併せて示している. 特に, 図-4.4 に示すように, 2 つのモデルを用いて求めた平均的な劣化曲線は極めて類似している. また, 2 つのモデルを用いて推定した期待寿命は, それぞれ 37.55 年, 及び 37.19 年であり, 大きな差異はない. すなわち, 平均的な劣化過程をモデル化するためには, マルコフ劣化モデル [2] で十分であり, ハザード率の異質性を考慮する必要はない. このことは, 異質性パラメータの確率分布 $f(\epsilon^k)$ の平均を 1

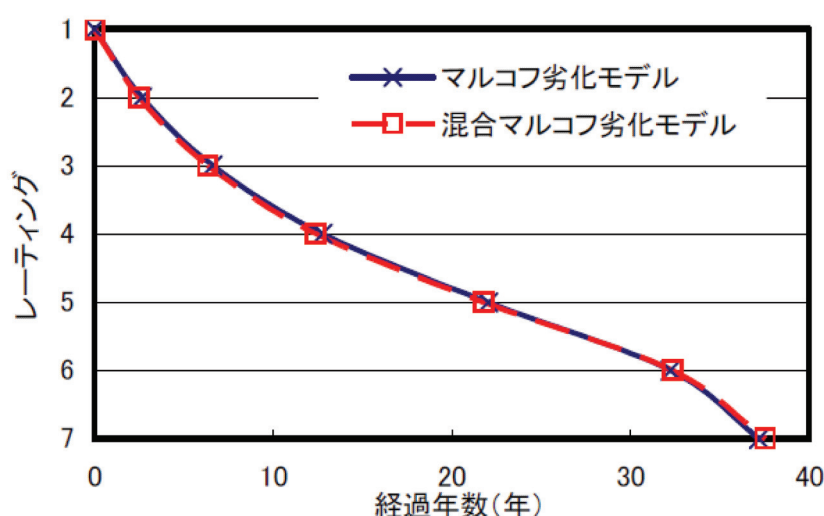


図 4.4: ベンチマーキング劣化曲線

に基準化しており、真のハザード率 λ_i^k が標準ハザード率 $\bar{\lambda}_i^k$ を平均とするように分布することを想定しているためである。一方、平均的劣化曲線では表現できないような個別橋梁に特有な劣化速度の差異を評価するためには混合マルコフ劣化モデルが必要となる。標準ハザード率を用いて定義される平均的劣化曲線は、個別橋梁の劣化速度を相対評価するための基準となる曲線であり、本章におけるベンチマーキング劣化曲線である。標準ハザード率が、各橋梁の特性（平均交通量の平均、床版面積の平均）の関数として表現されることを考慮すれば、各橋梁特性と対応したベンチマーキング劣化曲線を定義できることに留意して欲しい。以上で示したように、このようなベンチマーキング劣化曲線の推定と、ハザード率の相対評価を通した個別橋梁の異質性の計量を一つの枠組みの中で達成し得る方法論を提供することに本章の価値を見出すことができる。

4.5.3 推定結果と考察

4.5.2 では、混合マルコフ劣化モデルを用いて、6つのレーティングに対する各特性ベクトルの未知パラメータ $\beta_{i,1}$, $\beta_{i,2}$, $\beta_{i,3}$ ($i = 1, \dots, 6$), および異質性分散パ

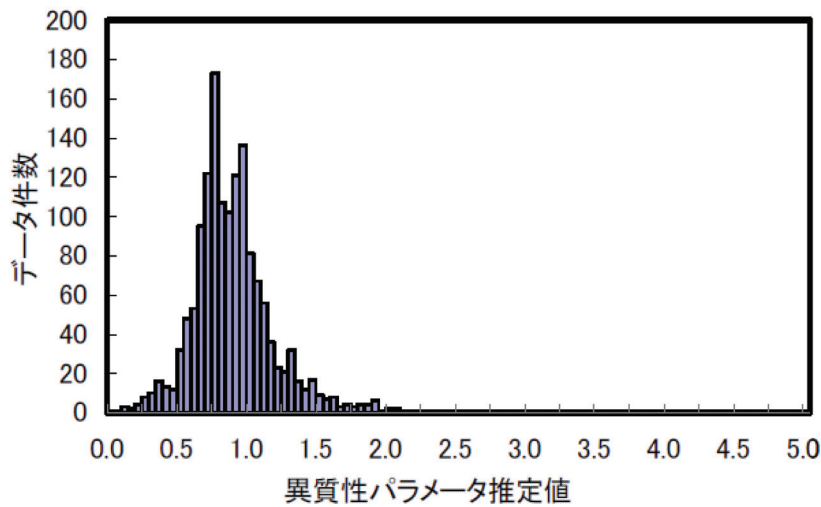


図 4.5: 異質性パラメータの推定結果

ラメータ ϕ の最尤推定量を求めた。さらに、以上のパラメータの推定値と、各橋梁特性の観測値を用いれば、それぞれの橋梁特性に応じたベンチマーキング劣化曲線（図-4.4 参照）を作成することが可能である。さらに、橋梁 $k(k = 1, \dots, 1,481)$ の異質性パラメータ ε^k を推定することにより、当該橋梁の劣化過程の実測値に基づいた劣化曲線を作成することができる。このように作成した劣化曲線と、同一の構造・材料特性を持つ橋梁のベンチマーキング劣化曲線を比較することにより、当該橋梁の劣化速度を相対評価することが可能となる。

式 (4.34) を用いて、対象とするすべての橋梁の異質性パラメータを推定した。図-4.5 は、異質性パラメータの推定値の頻度分布を表している。異質性パラメータの頻度分布の平均は 0.862、分散は 0.102 である。また、対象とする橋梁の中で、異質性パラメータの最小値は 0.064、最大値は 4.266 であった。また、異質性分散パラメータの推定結果より、異質性パラメータは平均 1、分散 0.181（異質性分散パラメータ 5.537 の逆数）のガンマ分布に従うことになる。異質性パラメータは観測不可能な劣化要因や各橋梁の個別的劣化特性を説明する役割を果たしており、異質性パラメータのばらつき（分散）により、採用した説明変数によって劣

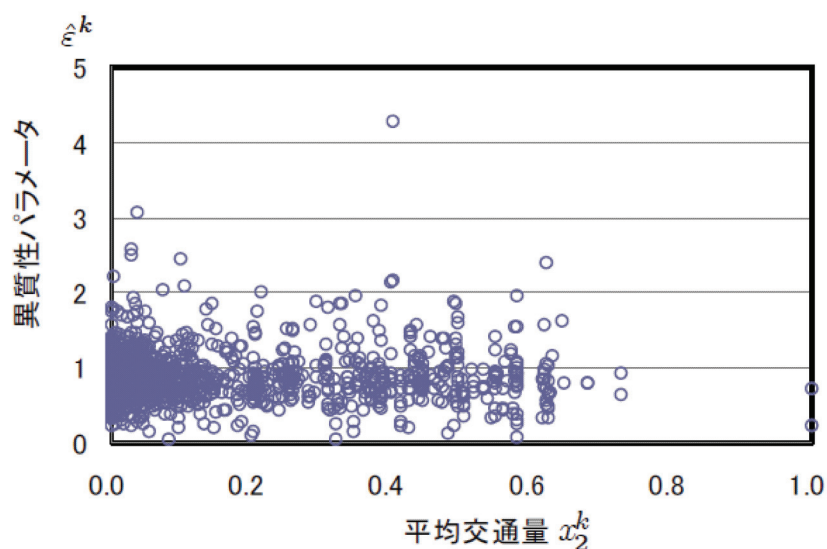


図 4.6: 異質性パラメータと平均交通量の関係

化過程をどの程度説明できているかを検証することができる。NY市の橋梁の場合、異質性パラメータには、かなりの程度ばらつきが見られる。特に、異質性パラメータの最大値が4.266である橋梁（Miller Highway 高架橋）に関しては、劣化速度を表すハザード率が、ベンチマーキングと比較して4倍以上あることを意味している。ただし、NY市のデータベースには、一般的にRC床版の劣化事象に影響を及ぼすと考えられている大型車交通量や床版厚が利用可能ではないため、これらの要因が多分に影響を及ぼしている可能性も考えられる。しかし、同橋はウエストサイドハイウェイの連続高架橋であり、その前後の連続高架橋でも大型車交通量や構造形式が同一であるため、同橋の劣化速度の異質性を大型車交通量の多寡や床版厚の相違のみに求めることは困難である。むしろ、同橋に固有の要因が原因となっていることが推察されるため、緊急に詳細な検討を行うことが必要であると判断できる。このように、異質性パラメータを用いることにより、劣化要因を詳細に検討するための優先度に関する情報を獲得することが可能となる。

図-4.6、図-4.7は、それぞれ異質性パラメータと平均交通量、および床版面積の

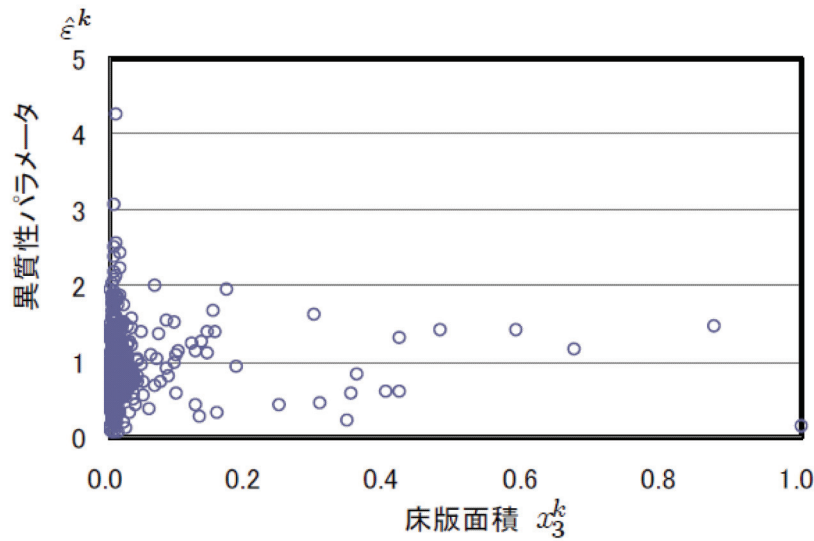


図 4.7: 異質性パラメータと床版面積の関係

関係进行分析した結果を表している。ただし、同図の横軸は、総サンプルの中で、交通量、床版面積の最大値が 1 となるように基準化している。異質性パラメータと、平均交通量、床版面積の間には顕著な関係を見出せない。したがって、異質性パラメータの差異は、混合指数ハザード関数の説明変数として取り上げなかった個別橋梁の特性の差異に起因していると考えることができる。

さらに、全 1,481 橋に対して、RC 床版の劣化曲線を求めた。これらの劣化曲線を一括して図-4.8 に示している。本章で提案した混合マルコフ劣化モデルを用いることにより、1,481 橋それぞれの RC 床版の劣化曲線を求めることが可能となる。図-4.8 に示すように、期待寿命が 10 年以下の RC 床版から、100 年以上の RC 床版が存在することがわかる。図-4.4 に示したベンチマーキング劣化曲線の期待寿命が 37.55 年であったことを踏まえると、RC 床版の期待寿命は橋梁ごとに非常に大きな差異が存在することが理解できる。

つぎに推定精度を実際の日視検査結果との比較を通して検証してみよう。図-4.9、図-4.10 は劣化速度の速い橋梁（Miller Highway 高架橋）と平均的な劣化速度

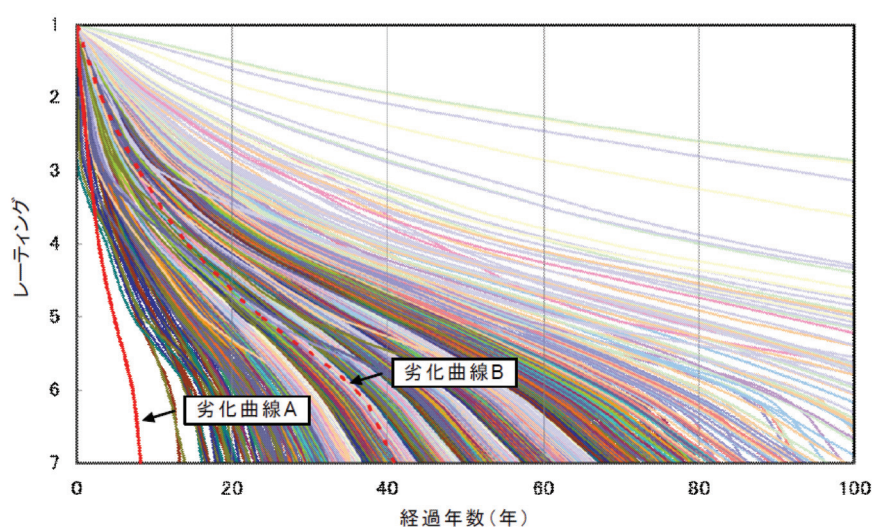


図 4.8: 橋梁別の劣化曲線

注) 図中，実線で描かれた劣化曲線 A は，劣化の進展が著しく速い Miller Highway 高架橋，破線で描かれた劣化曲線 B は，平均的な劣化特性を示す 278I 高架橋と対応している．

表 4.5: 橋梁特性

橋梁名	寿命 (年)	平均交通量	床版面積
M.H. 高架橋	8.2	0.4013	0.0098
278I 高架橋	40.8	0.3716	0.0109

を示している橋梁（278I 高架橋）を抽出し，劣化曲線と目視検査の結果をプロットして劣化状況を確認したグラフである．なお，これらの 2 橋は，表-4.5 に示すように，ほぼ同一の平均交通量と床版面積を有している．また，Miller Highway 高架橋を構成する床版数は 64，278I 高架橋を構成する床版数は 39 である．図中の凡例の数値はレーティングの推移を示しており，例えば「1-1-2」はこれまでに 3 回の目視点検が行われ，初回のレーティングが 1，次回もレーティングが 1，3 回目にレーティングが 2 に推移したことを示している．凡例中の数値の組み合わせを 1 サンプルとすると，今回の解析では図中に示す 18 と 14 通りのレーティングの推移の組み合わせが，延べ 135，78 サンプル得られた．図-4.9 に示すように，

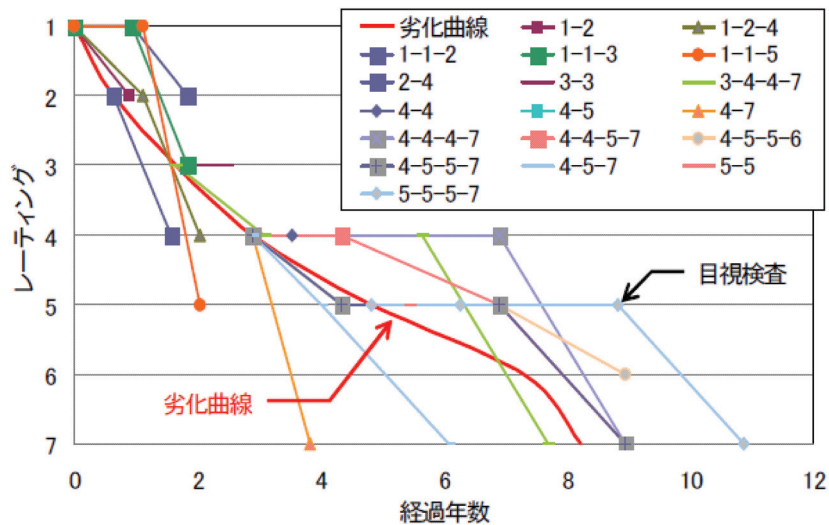


図 4.9: Miller Highway 高架橋の劣化特性

Miller Highway 高架橋の劣化速度は大きく、8.2 年でレーティングが 1 から 7 へ推移している。

同図には、同橋を構成する RC 床版の目視点検の結果と、同橋の期待値パス（平均的な劣化曲線）の関係を示している。同じく、図-4.10 は、Miller Highway 高架橋と同様な平均交通量、床版面積を有する 278I 高架橋をとりあげ、同橋を対象とした目視点検結果と期待値パスの関係をプロットした結果である。いずれの橋梁においても、目視点検の結果が期待値パスを中心として推移しており、期待値パスがそれぞれの橋梁の RC 床版の平均的な劣化パターンを表現していることが理解できる。しかし、Miller Highway 高架橋の異質性パラメータの推定値が 4.266 であるのに対して、278I 高架橋の推定値は 0.8734 となっており、これらの橋梁の劣化速度が顕著に異なることが理解できる。以上、両橋を比較した際の期待値パスの相違が、異質性パラメータによって表現される橋梁グループ間における劣化速度の変動である。一方で、4.2.4 の定義に従えば、それぞれの図中の目視点検結果の変動がグループ内の誤差である。両図を比較すると、Miller Highway 高架

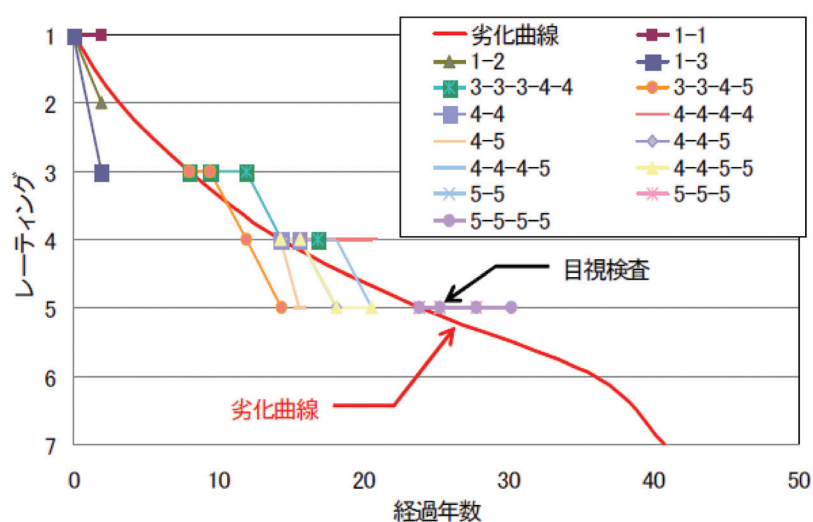


図 4.10: 278I 高架橋の劣化特性

橋の方が誤差が大きくなっているが、これらの誤差による変動は、マルコフ推移確率に基づいてシミュレートすることが可能となる。

なお、それぞれのグループに対してマルコフ劣化モデルを推定すれば、同様の期待値パスが得られる可能性は否めない。しかし、これら2橋のサンプル数は他のグループと比較しても数が多いが、延べ135と78サンプル程度であり、今回のように18個の未知パラメータを推定するには十分なサンプル数とは言い難く、推定結果の信頼性が低下する。当然ながら、よりサンプル数の少ないグループでは推定そのものが不可能となるだけでなく、1,481グループ全てに対してマルコフ劣化モデルの推定を行うことは非効率である。したがって、標準ハザード率を用いたマルコフ劣化モデルでは、このような異質性の効果を分析することが不可能である。一方の混合マルコフ劣化ハザードモデルは、橋梁個々の異質性を1つのパラメータで表現できるために、推定パラメータ数が多くなるという問題を回避できるという利点がある。特に、橋梁個々の具体的な補修・更新計画や、橋梁補修の優先順位を決定するようなマイクロレベルの橋梁マネジメント問題では、個

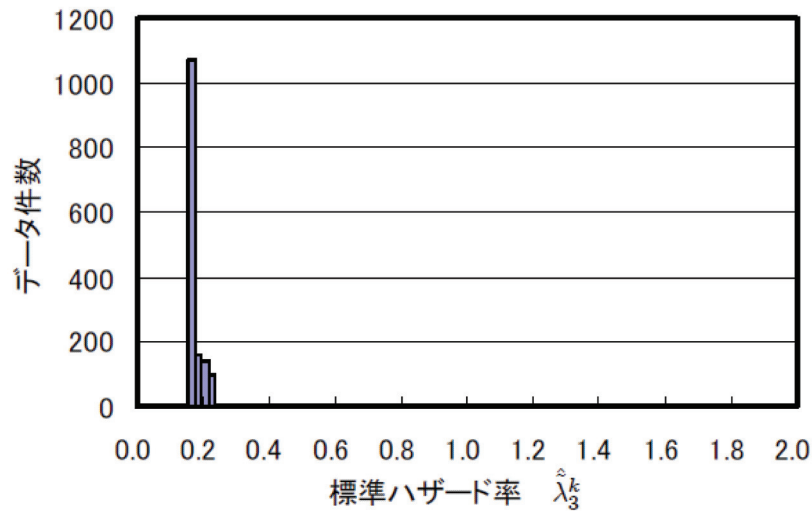


図 4.11: 標準ハザード率の頻度分布

別橋梁の劣化ハザード率の異質性評価が重要な課題となる。本章で提案したベンチマーキング劣化曲線の作成と、個別橋梁の劣化ハザード率の相対評価の方法論は、ミクロレベルの橋梁マネジメントの精緻化、高度化に貢献するものと期待できる。

つぎに、レーティング 3 の状態に着目し、標準ハザード率と混合指数ハザード率の分布状態を求めた。それらの結果を、それぞれ図-4.11 と図-4.12 に示している。レーティング 3 は、劣化の初期段階を終えた直後であり、劣化進展の速度を見極め、具体的な維持管理対策を考える最も重要なレーティングである。各橋梁の特性値（平均交通量、床版面積）の違いが、図-4.11 に示すような標準ハザード率の分布に反映されている。一方、異質性パラメータの分布は、図-4.5 に示したとおりである。これら 2 つの図を比較することにより、標準ハザード率の分布より異質性パラメータの分布の方が散らばりが大きいことが理解できる。図-4.12 は、混合指数ハザード率の頻度分布を示している。標準ハザード率と異質性パラメータの分布を反映して、各橋梁の混合指数ハザード率には、かなりの程度の差

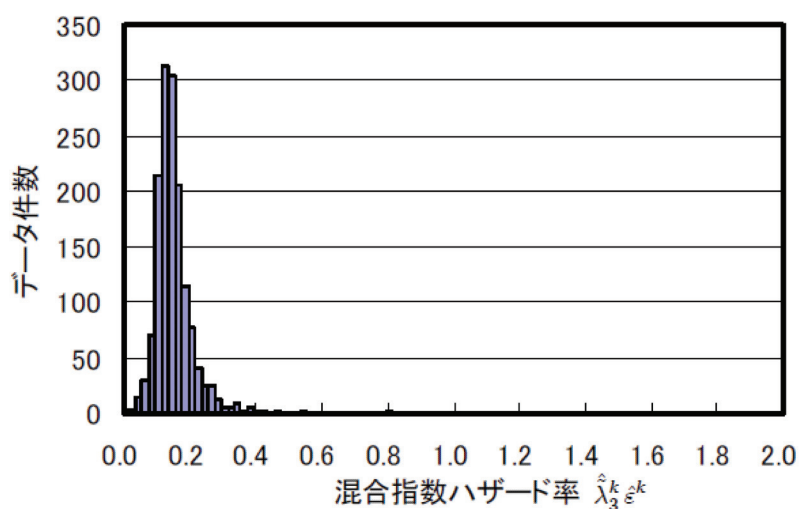


図 4.12: 混合指数ハザード率の頻度分布

異が存在することが読み取れる。その結果，**図-4.8**に示したように，各橋梁の劣化曲線に大きな差異が生じることになる。これまで，**RC**床版の劣化を加速する要因として大型車交通量や床版厚が問題視されることが多かった。本適用事例では，これらのデータを利用することができなかったが，大型車交通量の代理指標として，平均交通量を用いている。しかし，**NY**市の橋梁に関する限り，平均交通量が劣化速度に及ぼす影響よりも，個別橋梁特有の要因の方が劣化速度に多大な影響を及ぼしていることが理解できる。ただし，今回の分析では，データの制約上の理由（大型車交通量や床版厚が利用できないこと）により，異質性の影響が大きく表れている点を否めないことを断っておく。いずれにせよ，橋梁マネジメントの立場からは，ベンチマーキング劣化曲線と比較して，劣化速度が著しく早い橋梁を抽出し，その原因を究明することが必要である。そのためには，橋梁のハザード率の相対評価を行うことが重要となる。

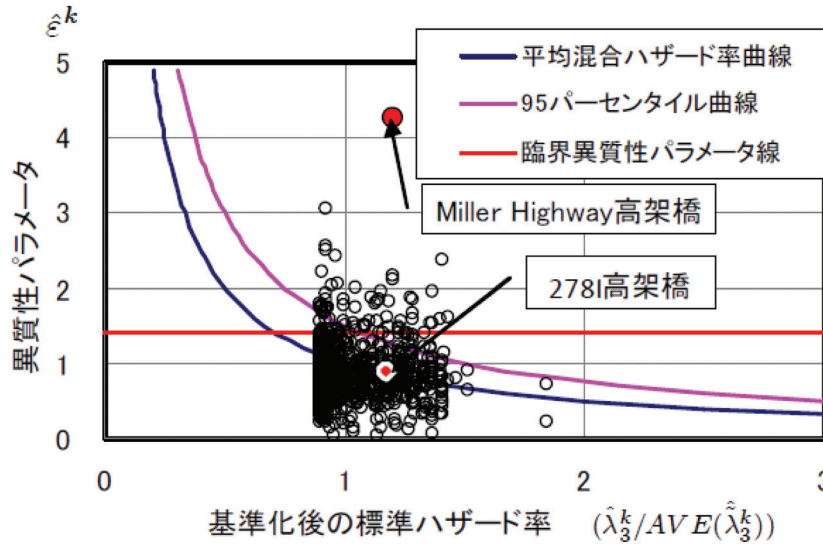


図 4.13: ハザード率の相対評価

4.5.4 ハザード率の相対評価

標準ハザード率と異質性パラメータの推定値を用いて、個別橋梁の RC 床版の劣化速度を相対評価しよう。図-4.13 は、レーティング 3 における標準ハザード率の推定値 $\hat{\lambda}_3^k$ と異質性パラメータの推定値 $\hat{\varepsilon}^k$ の関係を示している。標準ハザード率の全サンプル平均値（平均標準ハザード率と呼ぶ）を求めれば $AVE(\hat{\lambda}_3) = 0.2351$ である。図-4.13 の横軸は、各橋梁の標準ハザード率を平均標準ハザード率で基準化した値 $\hat{\lambda}_3^k / AVE(\hat{\lambda}_3)$ を示している。標準ハザード関数 (4.40) の定数項が $\beta_{i,3} = -1.9730$ となっており、同図に示すように標準ハザード率の推定値に下限値 $\hat{\lambda}_3 = \exp(-1.9617)$ が存在している。ここで、異質性パラメータの推定値に基づいて、信頼域を 95% とする重点監視集合 $\bar{\Delta}_{0.05}$ を定義する。信頼域を 95% とした場合、臨界的異質性パラメータ値 $\bar{\varepsilon}_{0.05}$ は 1.4129 となる。図-4.13 には、横軸に平行となる実線 $\bar{\varepsilon}_{0.05} = 1.4129$ を示している。この実線より上方に位置するサンプルが、重点監視集合 $\bar{\Delta}_{0.05}$ に含まれる。

式 (4.13) に示す通り、橋梁 k の劣化速度（混合指数ハザード率）の推定値 $\hat{\lambda}_i^k$

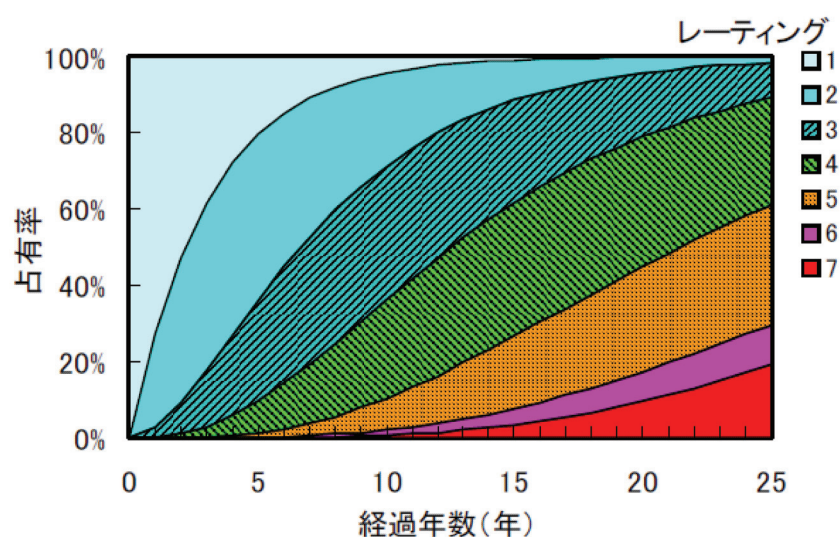


図 4.14: 278I 高架橋の確率的劣化分布

は、標準ハザード率の推定値 $\hat{\lambda}_i^k$ と異質性パラメータの推定値 $\hat{\varepsilon}^k$ の積で定義される。平均標準ハザード率 ($AVE(\hat{\lambda}_3) = 0.2351$) と異質性パラメータの平均値 ($AVE(\hat{\varepsilon}) = 1.00$) の積により、平均混合ハザード率 $AVE(\hat{\lambda}_3) = AVE(\hat{\lambda}_3) \times AVE(\hat{\varepsilon}) = 0.2351 \times 1 = 0.2351$ を定義する。図-4.13 には、サンプルの標準ハザード率の平均値と異質性パラメータの積が 0.2351 となる曲線を示している。この曲線より上方に位置する橋梁は、混合ハザード率が全サンプル平均より大きい橋梁であることを表している。逆に、この曲線より下に位置するサンプルは平均よりも劣化速度が遅く、寿命が長いと評価することができる。さらに、同図には標準ハザード率と異質性パラメータの積の 95 パーセンタイルの曲線も併せて示している。95 パーセンタイル曲線より上に位置する橋梁が重点監視集合 $\tilde{\Delta}_{0.05}$ に属することになる。本適用事例では、管理水準として 95% をとりあげているが、このように管理者が劣化進展の早い RC 床版の上位 $\omega\%$ を決定することにより、重点的にモニタリングすべき RC 床版を効率的に抽出することができる。

いま、図中のサンプル 278I 高架橋に着目しよう。278I 高架橋の異質性パラメー

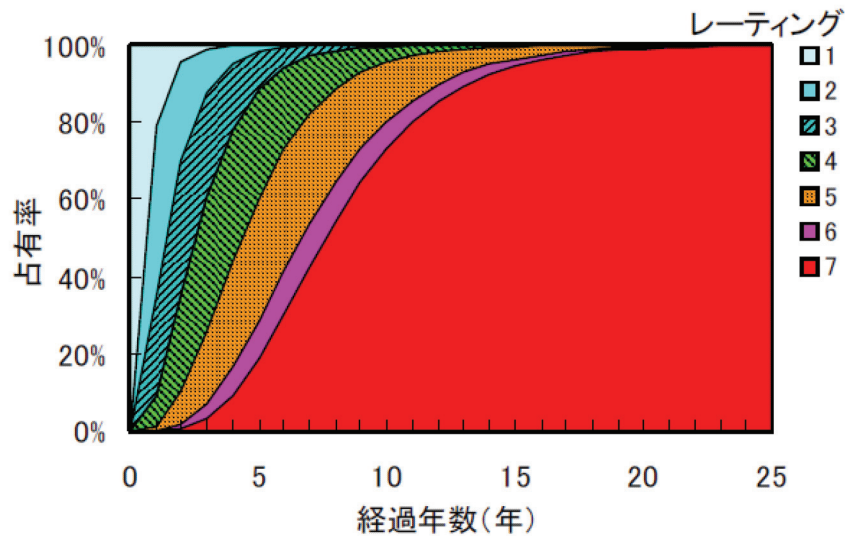


図 4.15: Miller Highway 高架橋の確率的劣化分布

タの推定値は 0.8734 である，また，平均交通量 0.3716，床版面積 0.0109 であり，標準ハザード率の推定値は 0.1835 となる．このことより，278I 高架橋は平均的な劣化特性を有していると評価できる．図-4.14 には，278I 高架橋の RC 床版をとりあげ，確率的劣化分布（レーティングの確率分布）の経年的変化状態を，混合ハザード率を用いたマルコフ劣化モデルにより分析した結果を示している．一方，重点監視集合 $\bar{\Delta}_{0.05}$ ， $\tilde{\Delta}_{0.05}$ の双方に属する Miller Highway 高架橋（図-4.13 参照）に着目しよう．この橋梁における異質性パラメータの推定値は 4.266 である．また，平均交通量は 0.4013，床版面積は 0.0098 であり，標準ハザード率の推定値は 0.1875 である．本橋梁の確率的劣化分布の経年的変化パターンを分析した結果を図-4.15 に示している．図-4.14 に示すように，平均的劣化特性を有する 278I 高架橋では，供用開始後 10 年を経過した時点で，最悪の劣化状態を表すレーティング 7 の状態の床版が出現しはじめる．しかし，重点監視対象の Miller Highway 高架橋では，供用後 10 年を経過した時点で 70 %以上の RC 床版がレーティング 7 の状態に到達している．このように混合ハザード率の大きさにより，RC 床版の

確率的劣化特性に大きな差異が現れることが理解できる。

Miller Highway 高架橋のように重点監視の対象となる橋梁に関しては、センサー等による常時モニタリングを実施する等の対応が必要となろう。また、相対評価結果は、補修や重点対策の優先順位を決定するための重要な情報になりうる。さらに、重点監視集合に含まれる RC 床版グループに共通する要因を探ることにより、あるいは反対に最も劣化進展の遅い RC 床版の特徴を検証することにより、効果的な補修工法の開発や、得られた知見の新設設計へのフィードバックが可能になる。また、新材料や新工法の劣化抑制効果を、当該サンプルとベンチマーキングとの比較を通して実証的に検証することができる。以上のように、ベンチマーキング劣化曲線の作成と、それに基づいた相対的な事後評価により、土木施設の長寿命化に資する継続的なアセットマネジメントを構築することが可能となる。また、現在施設管理の目視検査等は土木施設により一律に検査周期が決定されているが、上述の分析により、実態に即した柔軟な検査体制を整備することもできる。

4.5.5 実用化への示唆

劣化予測には、1) 管理する土木施設全体の平均的な劣化現象を対象とする場合と、2) 個別の施設における具体的な損傷劣化を対象とする場合がある。前者には、膨大な劣化情報から劣化過程の背後に存在する規則性をモデル化する統計的手法が、後者には劣化メカニズムを解明して劣化過程を直接的にモデル化する物理的手法が採用されることが多い。また、現実のアセットマネジメントの実施事例では、はじめに土木施設全体の劣化特性を把握して戦略レベルの意思決定を行い、その上で個別施設の具体的な維持管理計画という戦術レベルの意思決定を行うことが一般的である。統計的手法と物理的手法のいずれによって土木施設の劣化予測を行うかは、アセットマネジメントにおける戦略・戦術レベルのいずれ

の意思決定を目的とするのかによって決まる。

戦略レベルのアセットマネジメントでは、管理対象とする土木施設全体に対して点検・調査業務を実施し、これらの業務で得られる情報に基づいて意思決定を行う方法論が求められる。統計的手法の利点は、実務で獲得される目視点検データに基づいて劣化過程をモデル化できる点にある。一方、戦術レベルの意思決定においては、物理的劣化手法を用いて精緻な劣化予測を行うことが必要である。一般的に、予測精度の向上に伴って、予測に必要となる情報量が多くなる。必然的に、通常の点検・調査業務を超えた情報獲得作業（モニタリング）が要求される。したがって、劣化の進展が深刻な施設や、大規模補修が行われた施設など、通常の実務の作業域を超えてでも、施設の状態を把握しなければならない状況においては、物理的手法は有効に機能するが、戦略レベルのアセットマネジメントにおいて詳細な点検・調査業務を実施することは現実問題として不可能である。本章で提案した混合マルコフ劣化モデルは、実務で獲得できる情報から推定できるマルコフ劣化モデルを用いて平均的な劣化曲線（ベンチマーキングモデル）を設定し、それに対して個々の部材群（橋梁）の異質性を評価することにより、戦術レベルにおける詳細検討の優先順位を検討するための基礎情報を提供することを目的としている。すなわち、戦略レベルのアセットマネジメントにおいては、点検・調査業務により得られた情報に基づいて、対象とする土木施設全体のマクロな劣化過程の把握し、予算枠や土木施設の維持補修方針等に関する戦略レベルの意思決定を行う。それと同時に、点検・調査結果に基づいて詳細な検討が必要となる土木施設群の集合（重点監視集合）を位置づけるとともに、詳細検討の優先順位を決定する。重点監視集合に位置づけられる土木施設や部材に対しては、詳細な原因調査に加え、物理的手法による劣化予測を行い、より具体的な維持管理計画を策定し、戦術レベルの意思決定を見直すという手順を構築することが可

能となる。

4.6 結言

本章では、土木施設の劣化過程が、同一の構造・仕様特性や使用条件の下であっても、施工時の品質や観測不可能な要因に起因して多様に異なることに着目し、ハザード率の異質性を考慮した混合マルコフ劣化モデルを定式化した。また、ハザード率の確率分布をガンマ分布に特定化し、個別要素の劣化過程を表すマルコフ推移確率を推定する方法論を提案した。さらに、標準的な劣化過程を表すベンチマーキング劣化曲線と、それに基づいて個別要素の劣化速度を相対評価する方法論を提案した。また、実橋の目視検査データに基づいて混合マルコフ劣化モデルを推定し、個別橋梁要素の劣化速度の相対評価を試みた。以上の実証分析を通じて、本章で提案した混合マルコフ劣化モデルの有効性は検証しえたと考えるが、本モデルの実用性を向上させるうえで、以下のような課題が今後に残されている。

第1に、本章では異質性パラメータが標準ハザード率を期待値とするガンマ分布に従うことを仮定した。しかし、現実の異質性パラメータの確率分布が、ガンマ分布以外の確率分布に従う可能性を否定できない。異質性パラメータの確率分布に関する特定化誤差に関する検討が必要である。さらに、異質性分布の関数形を特定化しないノンパラメトリックな方法論を開発することが必要である。第2に、新材料や新工法の導入など、技術革新の成果が、土木施設の長寿命化に貢献しえたかどうかを評価する方法論を開発する必要がある。本章では、目視検査データの母集団に対して標準的ハザード率を設定する方法を採用した。しかし、技術評価を実施するためには、**best practice**を表すハザード率の下限值（もっとも劣化速度が遅くなるようなハザード率）を理論的に設定できれば理想的である。それが不可能な場合においても、たとえば、確率的フロンティア分析を導入することに

より、目視検査データの中から下限値を統計的に推定する方法論を開発することは可能である。第3に、具体的な土木施設のアセットマネジメントにおいて、本章で提案した劣化速度の個別評価の結果を用いて、土木施設の維持補修計画を更新・修正するための方法論を開発することが必要である。マクロレベルのアセットマネジメントにおいて、目視検査の結果を用いてライフサイクル費用の評価結果を見直すことが求められる。このような場合、本章で提案した混合マルコフ劣化モデルを用いて、マルコフ推移確率を修正することが可能であり、土木施設マネジメントシステムの部分モジュールとして、マルコフ推移確率の補正機能を追加することが有用である。また、ミクロレベルでのアセットマネジメントにおいても、混合マルコフ劣化モデルを用いて、土木施設の余寿命を検討したり、劣化速度の個別的検討のための有用な基礎情報を作成することができる。

本章を遂行するに際して、NY市交通局の **Bojidar Yanev** 博士から目視検査データを提供して頂いた。ここに記して感謝の意を表する。なお、本章で得られた知見は、筆者独自のものであり、NY市やその他のいかなる団体の正式な見解ではないことを付記しておく。

表 4.6: 記号対応表 (4章)

異質性パラメータ	ε
カレンダー時刻	τ
施設のレーティングを表す状態変数	i
時刻 τ におけるレーティングを表す状態変数	$h(\tau)$
経過時間	t
ハザード関数	λ
標準ハザード率	$\tilde{\lambda}$
検査時刻の間隔	z
寿命を表す確率変数	ζ
ζ の従う確率密度関数	f
ζ の従う分布関数	F
生存関数	\tilde{F}
マルコフ推移確率	π
土木施設システムを構成するグループの数	K
グループ k に存在する要素の数	L_k
ガンマ分布	g
ガンマ分布を規定するパラメータ	a, b
標準ガンマ分布の分散パラメータ	ϕ
ダミー変数	σ
特性ベクトル	\mathbf{x}
未知パラメータベクトル	$\boldsymbol{\beta}$
推計すべき未知パラメータベクトル	$\boldsymbol{\theta}$
検査サンプル情報	ξ
目視点検データ全体	Ξ
部分尤度	ρ
重点監視土木施設の集合	Δ
信頼水準	ω

参考文献

- [1] 小林潔司, 上田孝行: インフラストラクチャのマネジメント: 研究展望, 土木学会論文集, No.744/IV-61, pp.15-27, 2003.
- [2] 津田尚胤, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司: 橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.68-82, 2005.
- [3] 青木一也, 若林伸幸, 大和田慶, 小林潔司: 橋梁マネジメントシステムアプリケーション, 土木情報利用技術論文集, Vol.14, pp.199-210, 2005.
- [4] 保田敬, 小林潔司: BMS における点検結果と状態推移確率が LCC に及ぼす影響, 建設マネジメント論文集, Vol.11, pp.111-122, 2004.
- [5] Lee, T.C., Judge, G.G. and Zellner, A.: *Estimating the Parameters of the Markov Probability Model from Aggregate Time Series Data*, Amsterdam, North-Holland, 1970.
- [6] 杉崎光一, 貝戸清之, 小林潔司: 目視検査周期の不均一性を考慮した統計的劣化予測手法の構築, 構造工学論文集, Vol.52A, pp.781-790, 2006.
- [7] 貝戸清之, 阿部允, 藤野陽三: 実測データに基づく構造物の劣化予測, 土木学会論文集, No.744/IV-61, pp.29-38, 2003.
- [8] Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.

- [9] Gouriéroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000.
- [10] Mishalani, R. and Madanat, S. : Computation of infrastructure transition probabilities using stochastic duration models, *ASCE Journal of Infrastructure Systems*, Vol.8, No.4, 2002.
- [11] 青木一也, 山本浩司, 津田尚胤, 小林潔司 : 多段階ワイブル劣化ハザードモデル, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.125-136, 2005.
- [12] 貝戸清之, 熊田一彦, 林秀和, 小林潔司 : 階層型指数劣化ハザードモデルによる舗装ひび割れ過程のモデル化, 土木学会論文集 F, Vol.63, No.3, pp.386-402, 2007.
- [13] 津田尚胤, 貝戸清之, 山本浩司, 小林潔司 : ワイブル劣化ハザードモデルのベイズ推定法, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.125-136, 2006.
- [14] 貝戸清之, 小林潔司 : マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定, 土木学会論文集 A, Vol.63, No.2, pp.336-355, 2007.
- [15] 小林潔司, 熊田一彦, 佐藤正和, 岩崎洋一郎, 青木一也 : サンプル欠損を考慮した舗装劣化予測モデル, 土木学会論文集 F, Vol.63, No.1, pp.1-15, 2007.
- [16] 貝戸清之, 山本浩司, 小濱健吾, 岡田貢一, 小林潔司 : ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル : 交通管制システムへの適用, 土木学会論文集 F, Vol.64, No.2, pp.115-129, 2008.
- [17] Titterton, D.M., Smithe, A.F.M. and Makov, U.E.: *Statistical Analysis of Finite Mixture Distributions*, John Wiley & Sons, 1985.

- [18] Gouriéroux, C. and Visser, M.: A count data model with unobserved heterogeneity, *Journal of Econometrics*, Vol.79, pp.247-268, 1986.
- [19] Cruz, M.G.: *Modelling, Measuring and Hedging Operational Risk*, Wiley, 2002.
- [20] Mikosch, T.: *Non-Life Insurance Mathematics*, Springer, 2000.
- [21] McNeil, J.A., Frey, R. and Embrechts, P.: *Quantitative Risk Management*, Princeton University Press, 2005.
- [22] 貝戸清之, 小林潔司, 加藤俊昌, 生田紀子: 道路施設の巡回頻度と障害物発生リスク, 土木学会論文集 F, Vol.63, No.1, pp. 16-34, 2007.
- [23] 森棟公夫: 計量経済学, 東洋経済新報社, 1999.
- [24] State of New York, Department of Transportation: *Bridge Inspection Manual*, 1997.
- [25] 貝戸清之: ニューヨーク市における橋梁維持管理マネジメントの現状, 橋梁と基礎, Vol.36, No.10, pp.37-41, 2002.

第5章 道路障害物に関する苦情発生分析

5.1 緒言

道路は、国民の日常生活や経済社会を支える根幹的な施設である。道路管理者にとっては、道路を保全し道路交通の安全確保を図ることはもちろん、沿道住民や道路利用者の要望を満足することも、重要な責務である。路上落下物や路面変状・損壊などの道路異常は、道路の安全な供用に支障をきたすだけでなく、道路利用者の道路に対する満足度を低下させることになる。このため、道路管理者は道路の安全確保、利用者の満足度維持（サービス水準の維持）という2つの側面から、道路巡回業務を行う必要がある。

通常、道路巡回業務はパトロール車を利用して定期的に行われる。そのため、道路巡回費用は、路上落下物や路面損壊・変状の有無に関わらず、固定的に発生する。一方、道路区間により、単位期間中の路上落下物や路面損壊の発見確率は多様に変動する。道路の巡回頻度を増やすほど、道路の安全性や交通流の確保に支障をきたす事象（以下、道路障害物）の発生に迅速に対応することができ、道路障害物を長時間路上に放置するリスクは小さくなる。また、通常の道路巡回業務とは別に沿道住民や道路利用者からの通報（以下、苦情）があった場合、応急的に道路障害物を除去するための処理を行う（以下、応急業務）。しかし、応急業務の件数が多いと、沿道住民や道路利用者の当該道路に対する満足度の低下につながる。道路の巡回頻度を増やすことにより、応急業務の発生頻度や苦情件数を小さくすることが可能である。一方、高頻度の道路巡回は巡回費用の増加を招

第5章 道路障害物に関する苦情発生分析

き、結果的に社会的費用が増加してしまう可能性がある。このように、道路障害物および苦情の発生と、道路の巡回費用の間にはトレードオフの関係があり、管理者は道路障害物発生リスクの管理目標を設定した上で、定期的な道路巡回費用と応急業務費用で構成される総費用を可能な限り削減する巡回方策を検討する必要がある。

本章では、道路障害物と苦情（応急業務）の発生過程を、各事象がランダムに発生するような数え上げ過程としてモデル化する。道路障害物の発生頻度が高くなれば、苦情の発生頻度が増加する可能性がある。したがって、苦情の発生過程を分析するためには、道路障害物の発生モデルを内蔵するような苦情発生モデルを定式化する必要がある。そこで、本章では道路障害物の発生過程を定常ポアソン過程、および苦情の発生過程を到着率が道路障害物数に依存する非定常ポアソン過程としてモデル化する。その上で、道路障害物の増加が苦情の発生頻度に影響を及ぼすという階層的関係を考慮するために、道路障害物の発生過程を下位モデル、苦情の発生過程を上位モデルとする階層的隠れポアソンモデルを定式化する。階層的隠れポアソンモデルを実データに基づいて推計する場合、苦情に関しては、苦情が管理者に寄せられた時刻（発生時点）のみが、定期的な道路巡回業務においては、発生数が記録されるのみであり、これらのデータからは、道路障害物の発生時点に関する正確な情報が入手できないという問題がある。このため、道路障害物の発生に関する部分的情報を用いて、階層的隠れポアソンモデルを推計する方法論を開発することが必要となる。

以上の問題意識のもとで、本章では、道路障害物に起因する苦情の発生メカニズムを階層的隠れポアソンモデルとして定式化する。さらに、MCMC (Markov Chain Monte Carlo) 法を用いて階層的隠れポアソンモデルを推計する方法論を提示する。以下、**5.2.**で本章の考え方を説明する。**5.3.**では、階層的隠れポアソン

モデルを定式化し、5.4. で MCMC 法を用いた推計手法を提案する．最後に、5.5. で実際の国道を対象とした適用事例を通して本章の有効性を実証的に検証する．

5.2 本章の基本的な考え方

5.2.1 従来の研究概要

社会基盤施設のアセットマネジメントにおいては、マルコフ劣化ハザードモデル [1] の開発により劣化予測技術が飛躍的に進展した．その後、マルコフ劣化ハザードモデルを拡張する形で継続的な高度化が行われた．たとえば、小林等 [2] は、健全度の測定値に観測誤差が存在する場合を対象として、マルコフ推移確率を推計するための隠れマルコフ劣化ハザードモデルを提案している．さらに、林等 [3] は複数の劣化過程がそれぞれ独立にマルコフ過程に従い、その中でもっとも劣化が進展した劣化事象が代表的事象として選択されるメカニズムを競合的劣化ハザードモデルを用いて表現した．また、小林等 [4] は道路舗装の路面の健全度の劣化過程と、舗装全体の耐荷力の低下過程のように複合的劣化過程を階層的隠れマルコフ劣化ハザードモデルを用いて定式化した．これらのような複雑な混合確率モデルの推計は、最尤法では現実的に困難な場合が多かったが、近年の MCMC 法 [5],[6] に基づくベイズ推計 [7],[8] の発展により推計が可能となった経緯がある．

道路障害物の発生過程に関しては、各事象がランダムに発生するような数え上げ過程、基本的にはポアソン過程としてモデル化できる．しかし、伝統的なポアソン過程は、事象の到着率が確定的であることに加え、ある期間中における事象の平均発生件数と、その分散が同一になるという特性を有する．現実の道路障害物の発生過程が、このような特性を有している保証はなく、より柔軟なモデル化が必要となる．貝戸等 [9] は道路障害物の発生過程を、到着率の異質性を考慮した混合ポアソン過程 [10] としてモデル化した．具体的には道路障害物の到着率を

第5章 道路障害物に関する苦情発生分析

ポアソンモデルで表現するとともに、その異質性をガンマ分布で表現したポアソンガンマ発生モデルを用いて道路障害物の発生リスクを表現した。本章では道路障害物に起因する苦情発生メカニズムを対象とする。道路障害物の発生頻度が多くなるほど、苦情発生頻度も多くなる。このように道路障害物の発生過程と苦情の発生過程の間には相互関係が存在する。本章では、苦情の到率着の時間的異質性を考慮するために、道路障害物の発生過程をポアソンモデルとして明示的にモデル化するとともに、道路障害物の発生モデルを内蔵したような苦情発生モデルを階層的隠れポアソンモデルとして定式化する。苦情の発生は道路利用者からの通報という形で発生状況を観測できるが、道路障害物の発生状況は日常的な道路巡回業務を通してのみ観測できる。さらに、苦情が発生した時点において、道路上に存在する道路障害物の総数に関する情報は獲得できない。本章では、このような観測頻度の異なる道路障害物データと苦情データを用いて、階層的隠れポアソンモデルを推計する方法を提案する。筆者の知る限り、階層的隠れポアソンモデルを用いた道路障害物の発生過程や苦情発生過程を分析した研究事例は見当たらない。

5.2.2 苦情とリスク管理

本章では、ポットホール、路上落下物等、定期的な道路巡回作業により除去されるような道路障害物を対象とする。道路障害物の内容は多様であるが、その内容によっては、道路障害物の放置が交通事故等の発生につながる危険性がある。道路巡回により障害物は除去されるが、障害物は次回の道路巡回が実施されるまで、路上に放置されることになる。道路利用者や沿道住民による苦情は、道路障害物の発生に関する情報をもたらす。苦情の対象となる障害物の放置は、交通事故の発生につながる可能性や利用者、沿道住民に不効用をもたらすために、一度苦情が発生すれば応急業務により道路障害物が除去される。**5.1.**で言及したよう

に、道路巡回の頻度を多くすれば巡回費用は増加するが、苦情の発生件数は減少する。逆に、道路巡回頻度を少なくすれば、巡回費用を低減させることはできるが、応急業務件数が増加するために、応急業務費用の増加を招くことになる。したがって、効率性の観点にたてば、定期的な道路巡回費用と応急業務費用の総和で定義される総費用を最小にするような最適巡回頻度を定義することができる。苦情は道路障害物の発生に関する貴重な情報源の1つではあるが、苦情事象の発生は道路の利用状況や沿道環境に依存している。このために、各道路管理単位ごとに費用最小化の観点から求めた道路巡回政策が、道路障害物の発生リスクの観点から、望ましいリスク管理水準を達成するとは限らない。リスク管理水準の観点からは、管理対象とする路線全体に対して包括的な視点に基づいて道路障害物のリスク管理水準を決定することが望ましい。すなわち、道路障害物の発生を効果的に管理するためには、費用効率性とリスク管理水準の双方を同時に考慮しながら、費用抑制と道路利用者の満足度向上を同時に達成可能な道路巡回業務のあり方を考えていくことが重要である。道路巡回業務の効率化と適正化に資するような最適巡回政策を検討するための方法論を開発することを最終目的としているが、本論文における本章ではその第1段階として、道路障害物の発生とそれに伴う苦情の発生過程を階層的隠れポアソンモデルを用いて表現することを目的としている。本章で提案する方法論を用いて、道路障害物や苦情の発生過程をポアソン過程として推計できれば、道路障害物の発生過程を内蔵した苦情の発生過程をマルコフ連鎖モデルを用いて表現することが可能となる。

5.2.3 モデルの基本構成

道路障害物の発生頻度が大きくなれば、道路障害物に対する苦情件数は増加する。定期的な道路巡回により道路障害物が除去され、その発生個数が記録される。しかし、苦情が発生すれば、非定期的な応急業務により道路障害物は除去される。

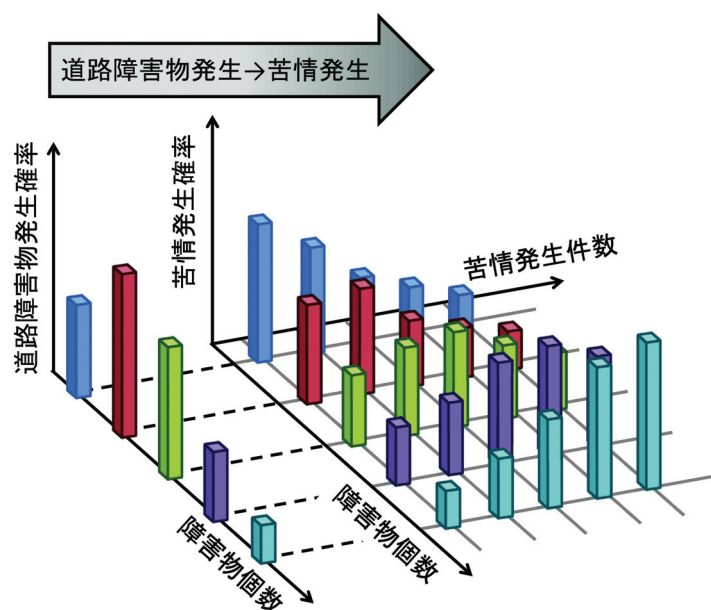


図 5.1: 苦情の発生メカニズム

このため、道路巡回ごとに観測される道路障害物数の時系列データと苦情の発生件数の時系列データの間には相互作用が存在している。さらに、これら2つの時系列データは、道路巡回あるいは応急業務を実施した時点においてのみ観測されるために、いずれの時系列データを用いても、道路障害物が発生した時点に関する情報は入手できない。定期的な道路巡回情報により、前回の道路巡回時点以降に発生し、かつ応急業務により除去されずに路上に放置された道路障害物の総数に関する情報を獲得することができる。応急業務が実施されたという事実より、1) 除去された道路障害物は、前回の道路巡回の実施時点から苦情の発生時点までに生起し、2) 当該障害物の発生確率は、苦情の発生時刻に近くづくほど大きい、ことが判明する。このように定期的な道路巡回と苦情に対する応急業務を通じて、道路障害物の発生に関する部分的な情報を獲得することができる..

本章では図-5.1に示すように、道路障害物の発生がポアソン過程に従って到着すると考える。一方で、苦情事象は、その到着率が路上に放置された道路障害物

数に依存するような状況依存的ポアソン過程に従って到着する．道路巡回や応急業務によって道路障害物が除去されない限り，新たに発生した道路障害物は路上に放置・蓄積される．路上に放置される道路障害物数が時間とともに変動するために，苦情の発生過程は苦情の到着率が時間とともに変動する非定常ポアソン過程に従うことになる．以上の問題意識の下に，本章では道路障害物の発生過程をポアソン過程としてモデル化するとともに，苦情の発生過程を苦情事象の到着率が道路障害物数に依存して変動するような非定常ポアソン過程としてモデル化する．しかし，道路上の道路障害物数に関する情報は，定期的な道路巡回時点においてのみ観測される．各時点における道路障害物数を直接観測できないために，各期における苦情の到着率を確定的に把握することは不可能である．そこで，道路障害物のポアソン過程モデルを用いて推計した各時点における道路障害物数の確率分布を用いて，苦情到着率の期待値を求めるような混合ポアソン過程を定式化する．すなわち，本章で提案する道路障害物到着・苦情発生モデルは，道路障害物の発生過程を下位モデル，苦情の発生過程を上位モデルとする階層的構造を持ち，これら2つのサブモデルを連結する役割を果たす道路障害物数が直接観察できないような状態変数で表せる階層的隠れポアソンモデルとして定式化される．

5.3 モデルの定式化

5.3.1 モデル化の前提条件

階層的隠れポアソンモデルを定式化するために，**図-5.2**に示すような時間軸を導入する．道路管理者がカレンダー時刻 τ_0 に道路巡回を実施し，道路障害物を取り除く．さらに，それ以降の時刻にわたって道路巡回を定期的に行い，道路障害物を管理する問題を考える．対象とする道路は複数の単位区間により構成される．ここでは記述を簡略化するために，当面の間，ある単位区間にのみ着目して議論を進める．いま，カレンダー時刻 τ_0 を初期時点 $t = 0$ とする離散時間

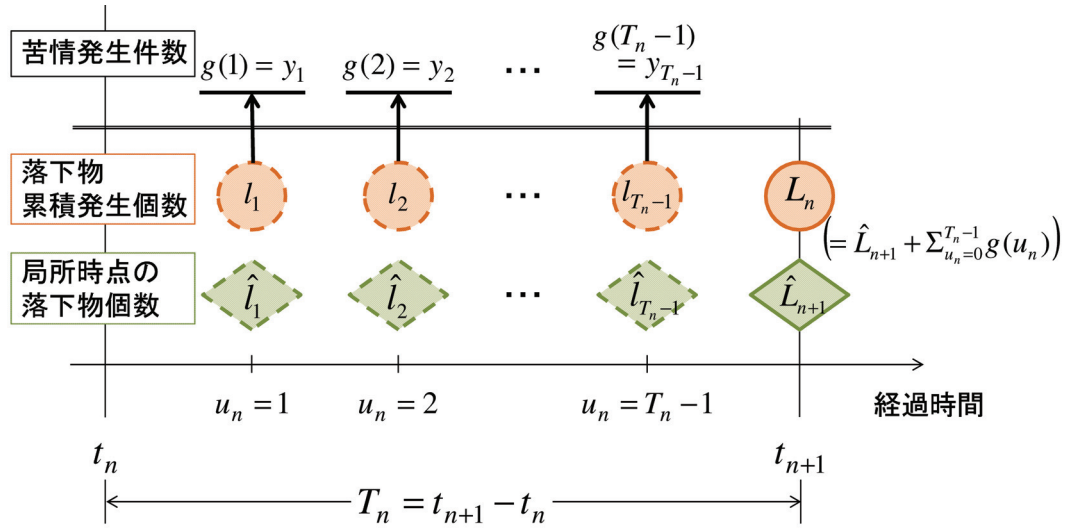


図 5.2: 局所時点の設定

軸 $t = 0, 1, 2, \dots, \infty$ を導入する．離散時間軸上の点を時点とよび，カレンダー時刻と区別する．離散時間軸上の期間長を 1 に基準化する．対象とする道路において，離散時間軸上で道路巡回業務が実施される時点をも $t = 0, t_1, \dots, t_n, \dots$ と表記する．さらに，道路巡回時点 t_n において，道路障害物が完全に取り除かれる．連続する 2 つの巡回時点間の期間を $v_n = [t_n, t_{n+1})$ と呼び，期間長を $T_n = t_{n+1} - t_n$ と表す．さらに，期間 v_n における道路障害物の累積発生個数を L_n とする．期間 v_n 内における苦情発生過程を分析するために，道路巡回実施時点 t_n を始点 $u_n = 0$ とする局所離散時間軸 $u_n = 0, 1, \dots, T_n$ を考える．ただし，局所離散時間軸上の局所時点 u_n は離散時間軸上の時点 $t_n + u_n$ と対応し， $t_{n+1} = t_n + T_n$ が成立する．局所時点 u_n における局所時点 $u_n = 0$ からの道路障害物の累積発生個数を表す状態変数を $l_{u_n}(u_n = 0, \dots, T_n)$ とする．さらに，期間 v_n を構成する局所期間 $l_{u_n} = [u_n, u_n + 1)(u_n = 0, 1, \dots, T_n - 1)$ を考える．局所期間 l_{u_n} における苦情の発生件数を表す状態変数を $g(u_n) = y_{u_n}(y_{u_n} = 0, 1, \dots)$ と表記する．苦情が発生しない場合， $g(u_n) = 0$ が成立する．局所期間 l_{u_n} に苦情が発生すると，直ちに苦情の対象となった道路障害物が取り除かれる．時点 $t_{n+1} = t_n + T_n$ における道路巡回業務

により，対象とする道路に存在する道路障害物の個数 $\hat{L}_{n+1}(\hat{L}_{n+1} = 0, 1, \dots)$ が判明し，同時に道路障害物が完全に取り除かれる．期間 v_n 中に苦情により除去される障害物が存在するため，時点 $t_{n+1} = t_n + T_n$ の道路巡回業務で発見される障害物数 \hat{L}_{n+1} と，期間 v_n 中に発生する障害物総数 L_n の間には， $\hat{L}_{n+1} \leq L_n$ が成立する．この時，期間 $[t_n, t_{n+1})$ 内の局所時点 $u_n = 0, \dots, T_n - 1$ の中で，苦情が発生しなかった局所時点以外の時点における道路障害物に関する情報は獲得できないが，道路障害物に関して，

$$l_{u_0} = 0 \leq \dots \leq l_{u_n} \leq l_{u_{n+1}} \leq \dots \leq l_{T_n-1} \leq L_n \quad (5.1-a)$$

$$L_n = \hat{L}_{n+1} + \sum_{u_n=0}^{T_n-1} g(u_n) \quad (5.1-b)$$

が成立する．式 (5.1-a) は，期間 v_n における道路障害物の累積発生個数は局所時点 u_n の進行に対して単調非減少であり，式 (5.1-b) は，期間 v_n における道路障害物の累積発生個数は，時点 t_{n+1} における道路巡回業務で確認された道路障害物の個数と期間 v_n において苦情により取り除かれた道路障害物の個数の和であることを示す．

5.3.2 道路障害物の到着過程

道路障害物が対象とする単位区間にポアソン過程に従って到着すると考える．表記の簡単化のために，当面の間のみ，苦情が発生しても道路障害物が取り除かれないと仮定する．さらに，期間 $v_n = [t_n, t_{n+1})$ 中における単位道路区間の使用環境を表す特性ベクトルを $\mathbf{x}_n = (x_n^1, \dots, x_n^B)$ と表す． B は特性ベクトルの数を表す．到着率 λ_n が特性ベクトル \mathbf{x}_n に依存すると考え，

$$\lambda_n = \mathbf{x}_n \boldsymbol{\beta} \quad (5.2)$$

と表記する．ただし， $\boldsymbol{\beta} = (\beta^1, \dots, \beta^B)'$ は未知パラメータベクトルである．記号 \prime は転置操作を表す．図-5.2 に示したように，期間 v_n における道路巡回問題に着

目する．道路巡回間隔は $T_n = t_{n+1} - t_n$ である．時点 t_n において道路巡回がなされたときに，道路障害物が存在している場合，直ちに道路障害物が撤去される．したがって，時点 t_n において道路障害物は0となる．すなわち，時点 t_{n+1} に道路巡回を実施した時に，単位道路区間に \hat{L}_{n+1} 個の累積道路障害物が発見される確率は，苦情による撤去を考えない場合，ポアソン分布

$$p(\hat{L}_{n+1}, T_n | \lambda_n) = \exp(-\lambda_n T_n) \frac{(\lambda_n T_n)^{\hat{L}_{n+1}}}{\hat{L}_{n+1}!} \quad (5.3)$$

と表すことができる．

5.3.3 階層的隠れポアソン過程

時点 $t_n (n = 1, 2, \dots)$ において実施される道路巡回業務，および v_n に発生する苦情とそれに対する対応状況に関する情報により，期間 v_n 中に発生する道路障害物の累積発生個数 L_n ，および時点 t_{n+1} において苦情によって取り除かれずに放置されている道路障害物の個数 \hat{L}_{n+1} に関する情報を獲得することができる．しかし，局所時点 $u_n (u_n = 1, \dots, T_n - 1)$ においては，道路障害物の個数に関する情報を獲得できない．ここで，局所期間 $u_n = [u_n, u_n + 1) (u_n = 0, 1, \dots, T_n - 1)$ に着目する．局所期間 u_n の期首に，当該期における道路障害物が到着すると考え，局所時点 u_n において路上に放置されている道路障害物の個数を \hat{l}_{u_n} と表す．路上に放置された障害物個数 \hat{l}_{u_n} は，観測者に観察できない確率変数であるが，ひとまず道路障害物の個数 \hat{l}_{u_n} が既知であると仮定する．

いま，2つの連続する巡回業務実施時点 t_n, t_{n+1} を用いて定義される期間 v_n に着目する．さらに，期間 v_n を構成する局所期間 $u_n (u_n = 0, \dots, T_n - 1)$ において苦情が発生し，取り除かれた道路障害物の個数 $g(u_n) = y_{u_n}$ も観測されている．一方，局所時点 $u_n (u_n = 1, \dots, T_n - 1)$ において存在する道路障害物の個数に関する情報は獲得できないが，時点 t_n, t_{n+1} において巡回業務が実施される

ことにより、式 (5.1-a),(5.1-b) が成立することは保証される。ここで、局所期間 $l_{u_n} = [u_n, u_n + 1)$ ($u_n = 0, 1, \dots, T_n - 1$) において苦情が到着率 $\mu(\hat{l}_{u_n}, \varpi_{u_n}) > 0$

$$\mu(\hat{l}_{u_n}, \varpi_{u_n}) = \bar{\varpi}_{u_n} \alpha \quad (5.4)$$

で表されるポアソン過程に従って生起すると考える。ただし、 $\bar{\varpi}_{u_n} = (\hat{l}_{u_n}, \varpi_{u_n})$ であり、 $\varpi_{u_n} = (\varpi_{u_n}^1, \dots, \varpi_{u_n}^A)$ は、局所時点 u_n で観測される説明変数ベクトルである。 $\alpha = (\alpha^0, \alpha^1, \dots, \alpha^A)'$ と表記する。 A は説明変数の数を表す。 α^0 は説明変数 \hat{l}_{u_n} に対する係数パラメータである。 $\mu(\hat{l}_{u_n}, \varpi_{u_n})$ は、局所期間 $[u_n, u_n + 1)$ に対して定義されている。この時、苦情が時点 t において平均 $\mu(\hat{l}_{u_n}, \varpi_{u_n})$ のポアソン過程に従って到着すると考える。局所期間 l_{u_n} の期間長が 1 に基準化されていることにより、局所期間 l_{u_n} 中に y_{u_n} 個の苦情が発生する条件付き確率 $\eta(y_{u_n} | \hat{l}_{u_n}, \varpi_{u_n})$ は、

$$\begin{aligned} \eta(y_{u_n} | \hat{l}_{u_n}, \varpi_{u_n}) \\ = \exp \left\{ -\mu(\hat{l}_{u_n}, \varpi_{u_n}) \right\} \frac{\{\mu(\hat{l}_{u_n}, \varpi_{u_n})\}^{y_{u_n}}}{y_{u_n}!} \end{aligned} \quad (5.5)$$

と表すことができる。ただし、 $0! = 1$ である。 $\hat{l}_{u_n} = 0$ の時は苦情が発生しないため、 $\eta(y_{u_n} | 0, \varpi_{u_n})$ は定義されないが、便宜上、 $\eta(y_{u_n} | 0, \varpi_{u_n}) = 0$ とする。また、同一障害物に対する複数の苦情は、単一の苦情とみなすこととする。ここで、

$$\hat{\eta}(y_{u_n} | \hat{l}_{u_n}, \varpi_{u_n}) = \frac{\eta(y_{u_n} | \hat{l}_{u_n}, \varpi_{u_n})}{\sum_{y_{u_n}=0}^{\hat{l}_{u_n}} \eta(y_{u_n} | \hat{l}_{u_n}, \varpi_{u_n})}$$

を定義すれば、式 (5.5) に関して

$$\sum_{y_{u_n}=0}^{\hat{l}_{u_n}} \hat{\eta}(y_{u_n} | \hat{l}_{u_n}, \varpi_{u_n}) = 1 \quad (\hat{l}_{u_n} = 1, 2, \dots) \quad (5.6)$$

が成立する。ここで、巡回業務終了時点 t_n において道路障害物の個数が 0 であり、局所時点 u_n ($u_n = 0, \dots, T_n - 1$) における観測値ベクトル $\bar{\xi}_n = \{\bar{y}_n, \bar{x}_n, \bar{\varpi}_n, \hat{l}_{n+1}\}$ が

観測される条件付き確率 (尤度) $\mathcal{L}(\tilde{\xi}_n, \theta)$ を定義する. ただし, 記号「 \sim 」は観測値であることを意味し, $\theta = (\alpha, \beta)$ は未知パラメータベクトルを意味する.

尤度 $\mathcal{L}(\tilde{\xi}_n, \theta)$ を, 時点 t_n に巡回業務を実施して道路障害物を取り除いたという条件の下で, 1) 局所期間 $l_{u_n}(u_n = 0, \dots, T_n - 1)$ において苦情件数の観測値ベクトル $\tilde{\mathbf{y}}_n$ が測定され, 2) 時点 t_{n+1} に道路障害物の個数 \hat{L}_{n+1} が観測される条件付き確率 (尤度) の積として定義する. すなわち, 尤度 $\mathcal{L}(\tilde{\xi}_n, \theta)$ は,

$$\mathcal{L}(\tilde{\xi}_n, \theta) = \prod_{u_n=0}^{T_n-1} \eta(\tilde{\mathbf{y}}_{u_n} | \hat{l}_{u_n}, \tilde{\omega}_{u_n}) p(l_{u_{n+1}} - l_{u_n}, \tilde{\omega}_{u_n} | \lambda_{u_n}) \quad (5.7-a)$$

$$\begin{cases} 0 = l_{u_0} \leq \dots \leq l_{u_n} \leq \dots \leq l_{T_n} = \bar{L}_n \\ l_{u_n} = \hat{l}_{u_n} + \sum_{i=0}^{u_n} \tilde{y}_i \\ \bar{L}_n = \hat{L}_{n+1} + \sum_{i=0}^{T_n-1} \tilde{y}_i \end{cases} \quad (5.7-b)$$

と定義できる. 上式で定義した尤度を用いることにより, 5.2.3 で示したような, 1) 除去された道路障害物は, 前回の道路巡回の実施時点から苦情の発生時点までに生起し, 2) 当該の障害物の発生確率は, 苦情の発生時刻に近くつくほど大きい, という苦情発生過程の特性を表現することが可能となる.

5.4 推計方法

5.4.1 データセット

道路管理者が K 個の道路区間で構成される路線全体を管理する問題を考える. 各道路区間 $k(k = 1, \dots, K)$ に対して, 直近の道路巡回業務実施時点 τ_0 を始点とする離散時間軸 $t = 0, 1, \dots$ を考え, 時点 $t_n(n = 1, \dots, N)$ において道路巡回が実施され, 道路障害物の個数 \hat{L}_n^k , および, 道路区間の使用環境を表す特性ベクトル $\tilde{\mathbf{x}}_n^k = (\tilde{x}_0^k, \dots, \tilde{x}_{T_n-1}^k)$ を観測したと考える. N は道路巡回の実施回数を表す. さらに, 各期間 $u_n = [t_n, t_{n+1})(n = 0, \dots, N - 1)$ に対して, 各局所期間 $l_n = [u_n, u_n + 1)(u_n = 0, \dots, T_n - 1)$ における苦情の発生件数ベクトル $\tilde{\mathbf{y}}_n^k = (\tilde{y}_0^k, \dots, \tilde{y}_{T_n-1}^k)$, 苦情の発生に影響をおよぼす説明変数ベクトル $\tilde{\omega}_n^k = (\tilde{\omega}_0^k, \dots, \tilde{\omega}_{T_n-1}^k)$ が観測されたと考える.

この時、道路区間 k の期間 v_n のそれぞれに対してデータ $\xi_n^k = \{\mathbf{x}_n^k, \mathbf{y}_n^k, \hat{\boldsymbol{\omega}}_n^k, \hat{L}_{n+1}^k\}$ を定義する．さらに、データセット全体を集合 $\Xi = \{\xi_n^k : n = 0, \dots, N, k = 1, \dots, K\}$ と定義する．データ ξ_n^k が観測される尤度 $\mathcal{L}(\xi_n^k, \boldsymbol{\theta})$ は、式 (5.7-a),(5.7-b) を用いて定義される．したがって、データセット全体 Ξ が観測される確率（尤度）は

$$\mathcal{L}(\Xi, \boldsymbol{\theta}) = \prod_{k=1}^K \prod_{n=0}^N \mathcal{L}(\xi_n^k, \boldsymbol{\theta}) \quad (5.8)$$

と定式化される．したがって、階層的隠れポアソンモデルの推計問題は、尤度関数 (5.8) を最大にするようなパラメータベクトル $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ を求める問題に帰着する．

階層的隠れポアソンモデルの尤度関数 (5.7-a),(5.7-b) は、パラメータに関して高次の非線形多項式であり、1 階の最適化条件が (複素数解を含めて) 非常に多くの解を有している [11]．苦情の発生確率 $\eta^k(\mathbf{y}_{u_n}^k | \hat{L}_{u_n}^k, \hat{\boldsymbol{\omega}}_{u_n}^k)$ 、道路障害物の発生確率 $p^k(l_{u_{n+1}}^k - l_{u_n}^k, \hat{\boldsymbol{\omega}}_{u_n}^k | \lambda_{u_n}^k)$ の推計値は実数解でなければならない．さらに、これらの確率の推計値として、数ある実数解の中から 0 と 1 の間にある解を選択しなければならない．最尤法の代わりにベイズ推計法を用いれば、高次の非線形多項式を解く問題を回避できる．しかし、尤度関数 (5.7-a),(5.7-b) が、極めて多くの項を含んでおり、計算量が膨大になってしまう欠点がある [12]-[15]．このような最尤法の難点を克服するために、尤度関数の完備化操作が必要となる．

5.4.2 完備化操作

再びある道路区間 k に着目する．さらに、道路巡回業務が時点 t_n, t_{n+1} において実施され、道路障害物の累積発生個数 L_n^k 、道路障害物の発見個数 \hat{L}_{n+1}^k 、苦情の発生件数 $\mathbf{y}_{u_n}^k (u_n = 0, \dots, T_n - 1)$ が測定されたと考える．さらに、階層的隠れポアソンモデルを推計するために、期間 $[t_n, t_{n+1})$ 中における道路障害物の累積発生個数 $l_{u_n}^k (u_n = 1, \dots, T_n - 1)$ の推移パターンを潜在変数ベクトル $\mathbf{m}_n^k = (m_1^k, \dots, m_{T_n-1}^k)$ 、道路障害物の個数の推移パターンを潜在変数ベクトル $\mathbf{r}_n^k = (r_1^k, \dots, r_{T_n-1}^k)$ を用い

て表す．真の推移パターンベクトル $\mathbf{m}_n^k, \mathbf{r}_n^k$ は本来測定不可能である．しかし，議論の便宜上，ひとまず潜在変数の値が $\tilde{\mathbf{m}}_n^k = (\tilde{m}_1^k, \dots, \tilde{m}_{T_n-1}^k)$, $\tilde{\mathbf{r}}_n^k = (\tilde{r}_1^k, \dots, \tilde{r}_{T_n-1}^k)$ に確定したと仮定する．さらに，潜在変数 $\mathbf{m}_n^k, \mathbf{r}_n^k$ の仮想的実現値 $\tilde{\mathbf{m}}_n^k, \tilde{\mathbf{r}}_n^k$ に対して，ダミー変数

$$\sigma_{s_{u_n}}^k = \begin{cases} 1 & \tilde{m}_{u_n}^k = s_{u_n}^k \\ 0 & \tilde{m}_{u_n}^k \neq s_{u_n}^k \end{cases} \quad (5.9)$$

$$(s_{u_n}^k = 0, \dots, L_n^k; u_n = 1, \dots, T_n - 1)$$

$$\hat{\sigma}_{\hat{s}_{u_n}}^k = \begin{cases} 1 & \tilde{r}_{u_n}^k = \hat{s}_{u_n}^k \\ 0 & \tilde{r}_{u_n}^k \neq \hat{s}_{u_n}^k \end{cases} \quad (5.10)$$

$$(\hat{s}_{u_n}^k = 0, \dots, \hat{L}_{n+1}^k; u_n = 1, \dots, T_n - 1)$$

を導入する．潜在変数の仮想的実現値ベクトル $\tilde{\mathbf{m}}_n^k, \tilde{\mathbf{r}}_n^k$ を与件とすれば，尤度関数 (5.7-a)(5.7-b) を

$$\begin{aligned} & \mathcal{L}(\tilde{\mathbf{m}}_n^k, \tilde{\mathbf{r}}_n^k, \tilde{\boldsymbol{\xi}}_n^k, \boldsymbol{\theta}) \\ &= \prod_{u_n=0}^{T_n-1} \prod_{s_{u_n}^k=0}^{L_n^k} \prod_{\hat{s}_{u_n}^k=0}^{\hat{L}_{n+1}^k} \eta^k(\bar{y}_{u_n} | s_{u_n}^k, \tilde{\boldsymbol{\omega}}_n^k)^{\hat{\sigma}_{\hat{s}_{u_n}}^k} \\ & \quad p^k(s_{u_n+1}^k - s_{u_n}^k | \lambda_{u_n}^k)^{\sigma_{s_{u_n}}^k \sigma_{s_{u_n+1}}^k} \\ &= \prod_{u_n=0}^{T_n-1} \eta^k(\bar{y}_{u_n} | \tilde{r}_{u_n}^k, \tilde{\boldsymbol{\omega}}_n^k) p^k(\tilde{m}_{u_n+1}^k - \tilde{m}_{u_n}^k | \lambda_{u_n}^k) \end{aligned} \quad (5.11)$$

と書き換えることができる [14]．ただし， $\tilde{m}_{T_n}^k = \bar{L}_n^k$ が成立する．以上の操作を完備化 (completion) という．完備化された尤度関数 (5.11)(以下，完備化尤度関数と呼ぶ) は，通常の尤度関数 (5.7-a)(5.7-b) より大幅に簡略化されていることが理解できる．ただし，完備化尤度関数の中に含まれる潜在変数ベクトル $\tilde{\mathbf{m}}_n^k, \tilde{\mathbf{r}}_n^k$ は，測定できない変数である．そこで完備化尤度関数を用いて，潜在変数の確率分布を推計することを考える．

ここで，道路障害物の累積発生個数の推移パターンベクトル \mathbf{m}_n^k は，(苦情によって取り除かれずに放置され続けた) 道路障害物の推移パターンベクトル $\mathbf{r}_n^k =$

$(r_1^k, \dots, r_{T_n-1}^k)$ と苦情によって取り除かれた道路障害物の累積発生個数の推移パターンベクトル $\bar{\mathbf{Y}}_n^k = (\bar{Y}_1^k, \dots, \bar{Y}_{T_n-1}^k)$ を用いて

$$\mathbf{m}_n^k = \mathbf{r}_n^k + \bar{\mathbf{Y}}_n^k \quad (5.12)$$

と表されることに着目する．ただし， $\bar{\mathbf{Y}}_{u_n}^k$ は，苦情によって取り除かれた道路障害物個数 $\bar{y}_{u_n}^k$ を用いて， $\bar{\mathbf{Y}}_{u_n}^k = \sum_{i=0}^{u_n} \bar{y}_i^k$ と表される．ベクトル $\bar{\mathbf{Y}}_n^k$ は観測可能である．

すなわち， \mathbf{r}_n^k の確率分布を推計することにより，完備化尤度関数の中に含まれる潜在変数 $\tilde{\mathbf{m}}_n^k$ の確率分布を同時に推計することができる．ここで， $\tilde{\mathbf{m}}_{u_n}^k (u_n = 0, \dots, T_n - 1)$ の間に

$$m_0^k = 0 \leq \tilde{m}_1^k \leq \dots \leq \tilde{m}_{u_n}^k \leq \dots \leq \bar{L}_n^k \quad (5.13-a)$$

$$\bar{Y}_{u_n}^k \leq \tilde{m}_{u_n}^k (u_n = 1, \dots, T_n - 1) \quad (5.13-b)$$

が成立することに着目する．ここで， $\tilde{\mathbf{m}}_{-u_n}^k = (\tilde{m}_1^k, \dots, \tilde{m}_{u_n-1}^k, \tilde{m}_{u_n+1}^k, \dots, \tilde{m}_{T_n-1}^k)$ とすれば， $\mathbf{m}_{u_n}^k = m^k (m^k \in \{\tilde{m}_{u_n-1}^k, \dots, \tilde{m}_{u_n+1}^k\})$ の全条件付事後確率は，ベイズの法則により

$$\begin{aligned} & \text{Prob}\{\mathbf{m}_{u_n}^k = m^k | \tilde{\mathbf{m}}_{-u_n}^k, \bar{\xi}_n^k, \theta\} \\ &= \frac{\bar{L}(\mathbf{m}_{-u_n}^k, m^k, \bar{\xi}_n^k, \theta)}{\sum_{m_0=\tilde{m}_{u_n-1}^k}^{\tilde{m}_{u_n+1}^k} \bar{L}(\mathbf{m}_{-u_n}^k, m^k, \bar{\xi}_n^k, \theta)} \\ & \bar{L}(\mathbf{m}_{-u_n}^k, m^k, \bar{\xi}_n^k, \theta) = \eta^k(\bar{y}_{u_n}^k | m^k - \bar{Y}_{u_n}^k, \bar{\omega}_{u_n}^k) \\ & p^k(m^k - \tilde{m}_{u_n-1}^k | \lambda_{u_n-1}^k) p^k(\tilde{m}_{u_n+1}^k - m^k | \lambda_{u_n}^k) \end{aligned} \quad (5.14)$$

と表すことができる．すなわち，道路区間 k における苦情の発生確率 $\eta^k(\bar{y}_{u_n}^k | m^k - \bar{Y}_{u_n}^k, \bar{\omega}_{u_n}^k)$ と道路障害物の発生確率 $p^k(m^k - \tilde{m}_{u_n-1}^k | \lambda_{u_n-1}^k), p^k(\tilde{m}_{u_n+1}^k - m^k | \lambda_{u_n}^k)$ が求められれば，局所時点 u_n の $m^k \in \{\tilde{m}_{u_n-1}^k, \dots, \tilde{m}_{u_n+1}^k\}$ ，および $\mathbf{r}_{u_n}^k$ の全条件付事後確率を求めることができる．完備化尤度関数 (5.11) では，潜在変数ベクトル $\tilde{\mathbf{m}}_n^k$ ， \mathbf{r}_n^k は確定的である．ただし，苦情の発生確率と道路障害物の発生確率には未知パラメー

タ α , β が含まれており，潜在変数に関する全条件付事後確率を先験的に求めることができない．全条件付事後確率を用いた MCMC 法を用いて，反復的に潜在変数 \hat{m}_n^k , \hat{r}_n^k をランダム発生させ，パラメータ α , β をベイズ推計する．このような手続きにより，完備化尤度関数を用いて求めたパラメータのベイズ推計値が，真の尤度関数を用いて求めたパラメータの最尤推計値に収束することが証明されている [16].

5.5 アルゴリズム

5.5.1 MCMC 法

階層的隠れポアソンモデルのような混合分布モデルの推計では，尤度関数が高度な非線形性を有しているため，通常之最尤法やベイズ推計法を用いることが困難である [11],[12]. このようなことから，混合分布モデルの推計方法として，通常の尤度関数ではなく，完備化尤度関数を定義するとともに，MCMC 法を用いて混合分布モデルを推計する方法が提案されている [13]-[16].

まず，未知パラメータ $\alpha = (\alpha^0, \dots, \alpha^A)$ の事前確率密度関数として，正規分布を仮定する．すなわち，パラメータ α の事前確率密度関数が $\alpha \sim \mathcal{N}_{A+1}(\kappa^\alpha, \Sigma^\alpha)$ である．ただし， $A+1$ 次元正規分布 $\mathcal{N}_{A+1}(\kappa^\alpha, \Sigma^\alpha)$ の確率密度関数は

$$\begin{aligned} \phi_\alpha(\alpha|\kappa^\alpha, \Sigma^\alpha) \\ = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{A+1}{2}} \sqrt{|\Sigma^\alpha|}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\alpha - \kappa^\alpha)\{\Sigma^\alpha\}^{-1}(\alpha - \kappa^\alpha)'\right\} \end{aligned} \quad (5.15)$$

となる．ただし， κ^α は $\mathcal{N}_{A+1}(\kappa^\alpha, \Sigma^\alpha)$ の事前期待値ベクトル， Σ^α は事前分散共分散行列である．同様に， β の事前確率密度関数も多次元正規分布に従うと考え，

$\beta \sim \mathcal{N}_B(\kappa^\beta, \Sigma^\beta)$ を仮定する．ただし， B 次元正規分布 $\mathcal{N}_B(\kappa^\beta, \Sigma^\beta)$ の確率密度関数は，

$$\begin{aligned} & \phi_\beta(\beta|\kappa^\beta, \Sigma^\beta) \\ &= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{B}{2}} \sqrt{|\Sigma^\beta|}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\beta - \kappa^\beta)\{\Sigma^\beta\}^{-1}(\beta - \kappa^\beta)'\right\} \end{aligned} \quad (5.16)$$

となる．ただし， κ^β は事前期待値ベクトル， Σ^β は事前分散共分散行列である．この時，完備化事後確率密度関数 $\rho(\alpha, \beta|\tilde{m}, \tilde{\xi})$ は，

$$\begin{aligned} & \rho(\alpha, \beta|\tilde{m}, \tilde{\xi}) \\ & \propto \mathcal{L}(\alpha, \beta, \tilde{m}, \tilde{\xi}) \phi_\beta(\beta|\kappa^\beta, \Sigma^\beta) \phi_\alpha(\alpha|\kappa^\alpha, \Sigma^\alpha) \\ & \propto \prod_{k=1}^K \prod_{n=1}^N \prod_{u_n=0}^{T_n-1} \eta^k(\bar{y}_{u_n}^k | \bar{r}_{u_n}^k, \bar{\omega}_n^k) p^k(\tilde{m}_{u_{n+1}}^k - \tilde{m}_{u_n}^k | \lambda_{u_n}^k) \\ & \quad \exp\left\{-\frac{1}{2}(\beta - \kappa^\beta)\{\Sigma^\beta\}^{-1}(\beta - \kappa^\beta)' - \frac{1}{2}(\alpha - \kappa^\alpha)\{\Sigma^\alpha\}^{-1}(\alpha - \kappa^\alpha)'\right\} \end{aligned} \quad (5.17)$$

となる．

5.5.2 同時事後確率密度関数の推計

階層的隠れポアソンモデルでは，事後確率密度関数 $\rho(\alpha, \beta|\tilde{m}, \tilde{\xi})$ を直接解析的に求めることができない．そこで，代表的な MCMC 法であるギブスサンプリング法 [17] を用いて，パラメータ α , β の標本サンプルを事後確率密度関数から抽出する．式 (5.17) において， α , β は互いに独立であり，これらのパラメータの完

備化条件付事後密度関数 $\hat{\rho}(\alpha|\tilde{m}, \bar{\xi})$, $\hat{\rho}(\beta|\tilde{m}, \bar{\xi})$ は

$$\begin{aligned} & \hat{\rho}(\alpha|\tilde{m}, \bar{\xi}) \\ & \propto \prod_{k=1}^K \prod_{n=1}^N \prod_{u_n=0}^{T_n-1} \eta^k(\bar{y}_{u_n}|\tilde{r}_{u_n}^k, \bar{\omega}_{u_n}^k) \\ & \quad \exp\left\{-\frac{1}{2}(\alpha - \kappa^\alpha)\{\Sigma^\alpha\}^{-1}(\alpha - \kappa^\alpha)'\right\} \end{aligned} \quad (5.18-a)$$

$$\begin{aligned} & \hat{\rho}(\beta|\tilde{m}, \bar{\xi}) \\ & \propto \prod_{k=1}^K \prod_{n=1}^N \prod_{u_n=0}^{T_n-1} p^k(\tilde{m}_{u_{n+1}}^k - \tilde{m}_{u_n}^k|\lambda_{u_n}^k) \\ & \quad \exp\left\{-\frac{1}{2}(\beta - \kappa^\beta)\{\Sigma^\beta\}^{-1}(\beta - \kappa^\beta)'\right\} \end{aligned} \quad (5.18-b)$$

と表せる．また，潜在変数 m の全条件付事後分布は式 (5.14) で表される．ギブスサンプラーを用いた MCMC 法により，階層的隠れポアソンモデルを推計することが可能となる．

5.5.3 条件付き事後確率密度関数からのサンプリング法

階層的隠れポアソンモデルでは，事後確率密度関数 $\rho(\alpha, \beta|\tilde{m}, \bar{\xi})$ を直接解析的に求めることができない．そこで，代表的な MCMC 法であるギブスサンプリング法 [17] を用いて，パラメータ α , β の標本サンプルを条件付き事後確率密度関数から抽出する．しかし，本章で用いるようなモデルに関しては事後分布から直接サンプリングは困難となるため，各パラメータのサンプリングには MH 法を用いることとする．

マルコフ連鎖が不変分布に収束するのに対して有用な十分条件が詳細つり合い条件である．これは，任意の θ について，

$$\rho(\theta^{(V)})p(\theta^{(V+1)}|\theta^{(V)}) = \rho(\theta^{(V+1)})p(\theta^{(V)}|\theta^{(V+1)}) \quad (5.19)$$

が満たされることをいう．以上が成立すれば $\rho(\cdot)$ は定常分布である．MH 法は事後分布からのサンプリングが困難な場合にサンプリングが容易な分布を提案分布

として採用し、事後分布と提案分布の違いを詳細釣り合い条件が満たされるように修正する操作を含めることで事後分布 $\rho(\cdot)$ からのサンプリングを可能とするアルゴリズムである。いま、提案分布を $q(\theta'|\theta^{(V)})$ とし、釣り合いの崩れをするために $\theta^{(V)}$ から θ' への推移の量を調整する確率 $P(\theta'|\theta^{(V)})$ を導入する。すなわち、

$$p(\theta'|\theta^{(V+1)}) = q(\theta'|\theta^{(V)}) \times P(\theta'|\theta^{(V)}) \quad (5.20)$$

に従って推移する。この p が詳細釣り合い条件を満たすようにするには、

$$P(\theta'|\theta^{(V)}) = \min \left[\frac{\rho(\theta')q(\theta'|\theta^{(V)})}{\rho(\theta^{(V)})q(\theta^{(V)}|\theta')}, 1 \right] \quad (5.21)$$

のような採択確率 $P(\cdot|\cdot)$ に従って提案分布からの候補を採用しながらサンプリングする。本章では θ' の生成方法として、ランダムウォーク法を取り上げる。ここでは n 回目の候補を

$$\theta' = \theta^{(V)} + \mathcal{N}(\mathbf{0}, \nu \mathbf{I}) \quad (5.22)$$

として発生させる。 $\mathcal{N}(\mathbf{0}, \nu \mathbf{I})$ は $\mathbf{0}$ ベクトルを平均、 $\nu \mathbf{I}$ を分散共分散行列とした多次元正規分布であり、 \mathbf{I} は単位行列を表す。 $\nu = (\nu_1, \nu_2, \dots)$ はステップ幅を定めるパラメータベクトルである。このとき、提案分布の確率密度 q は $(\theta', \theta^{(n-1)})$ に関して対称となるために、ランダムウォークにより発生させた候補 θ' は確率

$$P(\theta'|\theta^{(V)}) = \min \left[\frac{\rho(\theta')}{\rho(\theta^{(V)})}, 1 \right] \quad (5.23)$$

で受容される。以上のような手順を行うことで、パラメータの条件付き事後確率密度関数 $\rho(\alpha, \beta | \hat{m}, \hat{\xi})$ からのサンプリングが可能となる。以降では、以上の推計内容をより詳細に説明する。

ステップ1 初期値設定

図-5.3 に、階層的隠れポアソンモデルをベイズ推計するための具体的手順を整理している。読者の便宜を図るために、同図中には、推計法の詳細を説明する

節番号や式番号を明記している．以下では同図の手順を詳しく説明する．事前分布 (5.15), (5.16) のパラメータベクトル (行列) $\kappa^\theta, \Sigma^\theta (\theta = \alpha, \beta)$ の値を任意に設定する．潜在変数の初期値 $\tilde{\mathbf{m}}^{(0)} = (\tilde{\mathbf{m}}_n^{k(0)} : k = 1, \dots, K; n = 1, \dots, N)$, $\tilde{\mathbf{r}}^{(0)} = (\tilde{\mathbf{r}}_n^{k(0)} : k = 1, \dots, K; n = 1, \dots, N)$ を設定する．ただし, $\tilde{\mathbf{m}}_n^{k(0)} = (\tilde{m}_1^{k(0)}, \dots, \tilde{m}_{T_n-1}^{k(0)})$ であり, $0 \leq \tilde{m}_1^{k(0)} \leq \dots \leq \tilde{m}_{T_n-1}^{k(0)} \leq \bar{L}_n^k$ を満足する．さらに, パラメータ推計量の初期値 $\alpha^{(0)}, \beta^{(0)}$ を任意に設定する．初期値の影響は, MCMC 法によるシミュレーション回数が蓄積されるにつれ, 次第に薄れていく．MCMC 法のサンプル標本回数 V を $V = 1$ とする．

ステップ2 パラメータ $\alpha^{(V)}$ の標本抽出

ステップ2では, 潜在変数 $\tilde{\mathbf{m}}^{(V-1)}$ を与件とし, 苦情発生確率のパラメータ $\alpha^{(V)} = (\alpha^{0(V)}, \dots, \alpha^{A(V)})$ に関するパラメータ標本を獲得する．ステップ2で用いるギブスサンプラーは式 (5.18-a) で表される完備化条件付事後密度関数 $\hat{\rho}(\alpha^{(V)} | \tilde{\mathbf{m}}^{(V-1)}, \bar{\xi})$ を用いて定義できる．未知パラメータベクトル $\alpha^{(V)}$ から第 a ($a = 0, \dots, A$) 要素 $\alpha^{a(V)}$ を除いた未知パラメータベクトルを $\alpha^{-a(V)}$ と表す．仮想的な道路障害物累積発生個数 $\tilde{\mathbf{m}}^{(V-1)}$ と測定データ $\bar{\xi}$ を与件としたとき, 完備化された $\alpha^{(V)}$ に関するギブスサンプラー $\hat{\rho}(\alpha^{(V)} | \tilde{\mathbf{m}}^{(V-1)}, \bar{\xi})$ を用いて, $\alpha^{(V)} = (\alpha^{0(V)}, \dots, \alpha^{A(V)})$ を以下の手順でランダムサンプリングする．

- ・ステップ2-1 $\hat{\rho}(\alpha^{0(V)} | \alpha^{-0(V-1)}, \tilde{\mathbf{m}}^{(V-1)}, \bar{\xi})$ から $\alpha^{0(V)}$ を乱数発生する．
- ・ステップ2-2 $\hat{\rho}(\alpha^{1(V)} | \alpha^{-1(V-1)}, \tilde{\mathbf{m}}^{(V-1)}, \bar{\xi})$ から $\alpha^{1(V)}$ を乱数発生する．
- ・ステップ2-3 以下, 同様の手順を繰り返す．
- ・ステップ2-4 $\hat{\rho}(\alpha^{A(V)} | \alpha^{-A(V-1)}, \tilde{\mathbf{m}}^{(V-1)}, \bar{\xi})$ から $\alpha^{A(V)}$ を乱数発生する．

なお, 本章では, ギブスサンプラーから事後分布のパラメータ α の標本をサンプリングする手法として, ランダムウォーク MH 法を用いる．

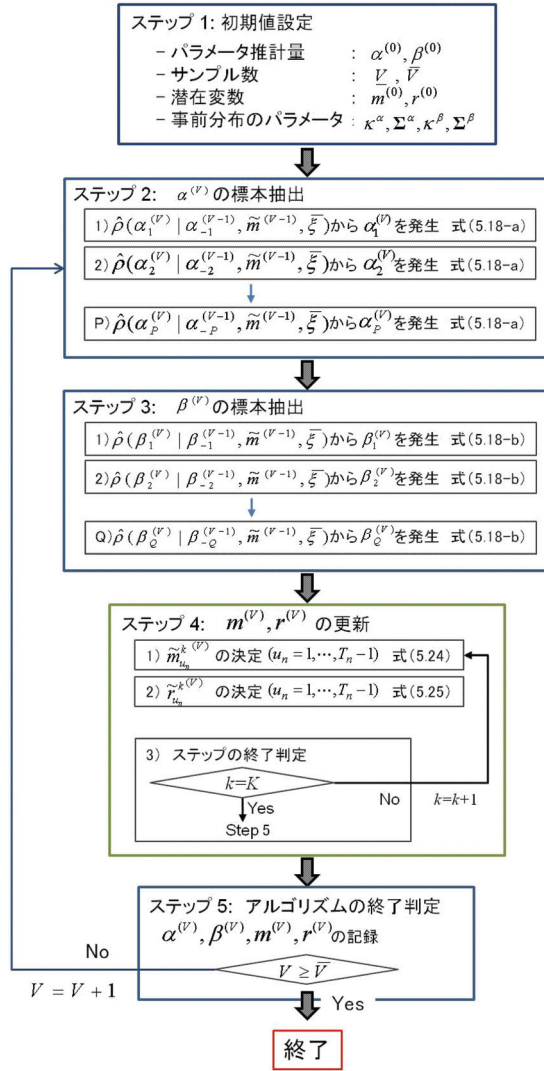


図 5.3: 推計アルゴリズム

ステップ3 パラメータ $\beta^{(V)}$ の標本抽出

道路障害物発生確率のパラメータ $\beta^{(V)}$ の標本を抽出する。未知パラメータベクトル $\beta^{(V)}$ から第 b ($b = 1, \dots, B$) 要素 $\beta^{b(V)}$ を除いた未知パラメータベクトルを $\beta^{-b(V)}$ と表す。この時、式 (5.18-b) より、 $\beta^{-b(V-1)}$ を既知とした時の $\beta^{b(V)}$ のギブスサンプラー $\hat{\rho}(\beta^{b(V)} | \beta^{-b(V-1)}, \tilde{m}^{(V-1)}, \bar{\xi})$ を用いて、ステップ2と同様の手順によりサンプル標本 $\beta^{(V)}$ を得ることができる。

ステップ4 潜在変数の更新

全条件付事後確率 (5.14) に基づいて、新しい潜在変数 $\tilde{\mathbf{m}}^{(V)}$ をランダムサンプリングする。いま、潜在変数ベクトル $\tilde{\mathbf{m}}_{-u_n}^{k(V)} = (\tilde{m}_1^{k(V)}, \dots, \tilde{m}_{u_{n-1}}^{k(V)}, \tilde{m}_u^{k(V-1)}, \dots, \tilde{m}_{T_n-1}^{k(V-1)})$ を定義する。この時、 $m_{u_n}^{k(V)} (m_{u_n}^{k(V)} \in \{\tilde{m}_{u_{n-1}}^{k(V)}, \dots, \tilde{m}_{u_{n+1}}^{k(V-1)}\})$ の全条件付事後確率は、

$$\begin{aligned} & \text{Prob}\{m_{u_n}^{k(V)} = m | \tilde{\mathbf{m}}_{-u_n}^{k(V)}, \tilde{\xi}_n^k, \theta\} \\ &= \frac{\tilde{\mathcal{L}}(\tilde{\mathbf{m}}_{-u_n}^{k(V)}, m, \tilde{\xi}_n^k, \theta)}{\sum_{m=\tilde{m}_{u_{n-1}}^{k(V)}}^{\tilde{m}_{u_{n+1}}^{k(V-1)}} \tilde{\mathcal{L}}(\tilde{\mathbf{m}}_{-u_n}^{k(V)}, m, \tilde{\xi}_n^k, \theta)} \\ & \tilde{\mathcal{L}}(\tilde{\mathbf{m}}_{-u_n}^{k(V)}, m, \tilde{\xi}_n^k, \theta) = \eta^{k(V)}(\bar{y}_{u_n}^k | m - \bar{Y}_{u_n}^k, \bar{\omega}_{u_n}^k) \\ & p^{k(V)}(m - \tilde{m}_{u_{n-1}}^{k(V)} | \lambda_{u_{n-1}}) p^{k(V)}(\tilde{m}_{u_{n+1}}^{k(V-1)} - m | \lambda_{u_n}) \end{aligned} \quad (5.24)$$

と表される。すべての $k (k = 1, \dots, K), n (n = 1, \dots, N)$ に対して、 $u_n = 1$ より逐次、潜在変数 $\tilde{m}_{u_n}^{k(V)} (u_n = 1, \dots, T_n)$ を求める。さらに、更新された潜在変数 $\tilde{m}_{u_n}^{k(V)} (u_n = 1, \dots, T_n)$ に対して、道路障害物個数の推移パターンベクトル $\tilde{\mathbf{r}}^{k(V)} = (\tilde{r}_n^{k(V)} : k = 1, \dots, K; n = 1, \dots, N)$ は、

$$\tilde{r}_n^{k(V)} = m_n^{k(V)} - \bar{Y}_n^k \quad (5.25)$$

として計算される。

ステップ5 アルゴリズムの終了判定

以上で求めたパラメータ推計量の更新値 $\alpha^{(V)}, \beta^{(V)}$ 、潜在変数の更新値 $\tilde{\mathbf{m}}^{(V)}$ を記録する。 $V < \bar{V}$ の場合、 $V = V + 1$ として、ステップ2へ戻る。そうでない場合、アルゴリズムを終了する。

なお、以上のアルゴリズムの初期段階においては、パラメータの初期値設定の影響が残存している。このため、シミュレーション回数 V が十分大きな値になるまでは、パラメータ標本の発生過程が定常過程に到達していないと考え、発生し

たパラメータ標本を除去することが望ましい。ここで、パラメータ標本として採用するシミュレーション回数 V の最小値を \underline{V} と表す。すなわち、ギブスサンプリングで求めたサンプル $\alpha^{(V)}, \beta^{(V)}$ ($V = \underline{V} + 1, \underline{V} + 2, \dots, \bar{V}$) を、事後確率密度関数 $\rho(\alpha, \beta | \xi)$ からの標本と見なすこととする。したがって、これらの標本を用いて、パラメータベクトル α, β の事後分布に関する各種の統計量を計算することも可能となる。なお、ギブスサンプリングの定常性に関しては、次節で述べる Geweke の検定統計量を用いて判断できる。

5.5.4 事後分布に関する統計量

MCMC 法によって得られた標本に基づいて、パラメータベクトル α, β に関する統計的性質を分析することができる。MCMC 法を用いた場合、パラメータの事後確率密度関数 $\rho(\alpha, \beta | \xi)$ を解析的な関数として表現することはできない。得られた標本を用いてノンパラメトリックに分布関数や密度関数を推計することとなる。いま、ギブスサンプリングから得られた標本を $\theta^{(V)} = (\alpha^{(V)}, \beta^{(V)})$ ($V = 1, \dots, \bar{V}$) と表そう。このうち、最初の \underline{V} 個の標本は収束過程からの標本と考え、標本集合から除去する。その上で、パラメータの標本添字集合を $\mathcal{M} = \{\underline{V} + 1, \dots, \bar{V}\}$ と定義する。パラメータ α と β に関する統計量を同様の方法で定義できるため、以下ではパラメータ α に焦点を絞って議論する。まず、パラメータ α の同時確率分布関数 $G(\alpha)$ は、

$$G(\alpha) = \frac{\#(\alpha^{(V)} \leq \alpha, V \in \mathcal{M})}{\bar{V} - \underline{V}} \quad (5.26)$$

と表すことができる。ただし、 $\#(\alpha^{(V)} \leq \alpha, V \in \mathcal{M})$ は論理式 $\alpha^{(V)} \leq \alpha, n \in \mathcal{M}$ が成立するサンプルの総数である。また、パラメータ α の事後分布の期待値ベクトル

$\tilde{\mathbf{k}}(\boldsymbol{\alpha})$, 分散・共分散行列 $\tilde{\Sigma}(\boldsymbol{\alpha})$ は, それぞれ

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{k}}(\boldsymbol{\alpha}) &= (\tilde{k}(\alpha^0), \dots, \tilde{k}(\alpha^A))' \\ &= \left(\sum_{V=\underline{V}+1}^{\bar{V}} \frac{\alpha^{0(V)}}{\bar{V}-\underline{V}}, \dots, \sum_{V=\underline{V}+1}^{\bar{V}} \frac{\alpha^{A(V)}}{\bar{V}-\underline{V}} \right)'\end{aligned}\quad (5.27-a)$$

$$\tilde{\Sigma}(\boldsymbol{\alpha}) = \begin{pmatrix} \tilde{\sigma}^2(\alpha^0) & \dots & \tilde{\sigma}(\alpha^0 \alpha^A) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\sigma}(\alpha^A \alpha^0) & \dots & \tilde{\sigma}^2(\alpha^A) \end{pmatrix} \quad (5.27-b)$$

と表される. ただし,

$$\tilde{\sigma}^2(\alpha^z) = \sum_{V=\underline{V}+1}^{\bar{V}} \frac{\{\alpha^{z(V)} - \tilde{k}(\alpha^z)\}^2}{\bar{V} - \underline{V}} \quad (5.28-a)$$

$$\begin{aligned}\tilde{\sigma}(\alpha^z \alpha^{z'}) &= \sum_{V=\underline{V}+1}^{\bar{V}} \frac{\{\alpha^{z(V)} - \tilde{k}(\alpha^z)\} \{\alpha^{z'(V)} - \tilde{k}(\alpha^{z'})\}}{\bar{V} - \underline{V}}\end{aligned}\quad (5.28-b)$$

である. また, ギブスサンプリングによる標本を用いて, パラメータ $\boldsymbol{\alpha}$ の信用域を定義できる. たとえば, パラメータ $\boldsymbol{\alpha}$ の $100(1-2\varepsilon)\%$ 信用域は, 標本順序統計量 $(\underline{\alpha}_\varepsilon^z, \bar{\alpha}_\varepsilon^z)$ ($i = 1, \dots, I-1; z = 0, \dots, A$)

$$\begin{aligned}\underline{\alpha}_\varepsilon^z &= \arg \max_{\alpha^{z*}} \\ &\left\{ \frac{\#(\alpha^{z(V)} \leq \alpha^{z*} \in \mathcal{M})}{\bar{V} - \underline{V}} \leq \varepsilon \right\}\end{aligned}\quad (5.29-a)$$

$$\begin{aligned}\bar{\alpha}_\varepsilon^z &= \arg \min_{\alpha^{z**}} \\ &\left\{ \frac{\#(\alpha^{z(V)} \geq \alpha^{z**} \in \mathcal{M})}{\bar{V} - \underline{V}} \leq \varepsilon \right\}\end{aligned}\quad (5.29-b)$$

を用いて $\underline{\alpha}_\varepsilon^z < \alpha^z < \bar{\alpha}_\varepsilon^z$ と定義できる.

MCMC 法では, 初期パラメータ値 $\boldsymbol{\theta}^{(0)}$ が不変分布である事後分布からの標本である保証はない. ギブスサンプリングで発生させた \bar{V} 個のサンプルのうち, 最初の \underline{V} 個の標本 $\boldsymbol{\theta}^{(V)} = (\boldsymbol{\alpha}^{(V)}, \boldsymbol{\beta}^{(V)})$ ($V = 1, \dots, \underline{V}$) を事後分布に収束する過程からのサンプリングと考える. その上で, 第 $\underline{V}+1$ 回以降の標本をとりあげる. $\underline{V}+1$

表 5.1: 苦情分類表

道路障害物		道路構造物			付属物			交通事故	合計
動物死骸	落下物	ポットホール	騒音・振動	その他	故障・損傷	撤去	その他		
113	93	13	41	71	80	10	43	6	470

以降の標本が、不変分布である事後分布からの標本であるかどうかを Geweke の方法 [18] を用いて仮説検定を行うことができる。検定の詳細については参考文献を参照してほしい。

5.6 適用事例

5.6.1 対象道路区間の概要

階層的隠れポアソンモデルを国道を対象とした苦情分析に適用する。表-5.1 は、実際の国道（総延長 264.5km）に対する、ある 1 年間の苦情件数（それに対する応急処理件数）を記録したものである。苦情は、道路障害物、道路構造物、付属物、交通事故に分類されており、総数が 470 件である。これらのうち、道路障害物に着目すると、動物死骸に関連する苦情が 113 件、落下物が 93 件で総数 206 件となっており、全苦情件数の約 44% を占めている。これはそれ以外の道路構造物に関連する苦情：約 27%，付属物：約 28%，交通事故：約 1% と比較しても顕著である。したがって、以降では道路障害物の発生と苦情の発生に着目して議論を進める。

表-5.2 に道路障害物と苦情に関するデータ概要を示す。本章では、道路障害物と苦情の発生を考える上での基本単位となる道路区間を 1km として考える。対象道路の総延長 264.5km のうち、一部区間設定が困難な道路区間を除外した結果、合計で 250 区間を設定できた。さらに、各道路区間は人口集中地区（以降、DID 地区）市街地、平地、山地の 4 つの地区区分に分類できる。DID 地区とは、市区町村の区域内で人口密度が 4,000 人/km² 以上の基本単位区が互いに隣接して人口

第 5 章 道路障害物に関する苦情発生分析

表 5.2: 道路障害物および苦情データ概要

	人口集中地区 (DID 地区)	市街地	平地	山地	平均	合計	備考
a) 道路総延長 (km)	264.5						
b) 道路区間数 (1km/区間)	32	47	143	29	-	251	
c) 平均交通量 (台)	7,080	6,900	5,819	5,361	6,112	-	
d) 平均旅行速度 (km/h)	26	36	36	44	38	-	
e) 障害物個数	939	1,947	5,703	1,055	-	9,644	
f) 障害物個数区間平均	29.3	41.4	39.9	36.4	38.4	-	e)/b)
g) 苦情発生件数	47	46	105	8	-	206	
h) 苦情発生件数区間平均	1.469	0.979	0.734	0.276	0.779	-	g)/b)
i) 苦情件数/障害物個数	0.050	0.024	0.018	0.008	0.021	-	g)/e)

が 5,000 人以上となる地区である。以下に、4 つの地区区分に対して、b) 道路区間数、c) 平均交通量、d) 平均旅行速度、e) 障害物個数、f) 障害物個数区間平均、g) 苦情発生件数、h) 苦情発生件数区間平均、i) 苦情件数/障害物個数を記載する。

b) 区間数は DID 地区 : 32 区間、市街地 : 47 区間、平地 : 143 区間、山地 : 29 区間となっており、平地の区間数が多いことが読み取れる。e) 障害物個数は 1 年間に道路巡回業務により発見された道路障害物の個数である。障害物総数は 9,644 個であり、その中の約 59% (5,703 個) が平地で発生していることになる。さらに、f) では 1 区間あたりの障害物の発生個数を各地区区分で比較している。道路区間平均でみると、道路障害物の発生が市街地 (41.4 個) で多いことがわかる。一方で、g) 苦情発生件数に着目すると総数 206 件のうち、その約 51% が平地で発生している。しかし、この点に関しても h) 1 区間あたりの平均件数で確認すると、もっとも苦情の発生件数が多いのは DID 地区で 1.469 となっている。さらに、1 個の障害物に対する苦情件数 (苦情件数を障害物の発生個数で割ったもの) を i) に示すが、数値の大きい順に DID 地区 : 0.050、市街地 : 0.024、平地 : 0.018、山地 : 0.008 となっている。

表 5.3: ポアソンモデルの推計結果 (道路障害物)

		定数項	旅行速度 (km/h)	貨物車交通量 (台/日)
推計値	標本平均	-6.5947	1.3071	1.0343
	90 %信頼区間	(-6.672 -6.523)	(1.234 1.390)	(0.947 1.125)
	Geweke 検定量	-0.1333	0.1188	0.1139
対数尤度	17,436			
AIC	-34,868			

5.6.2 ポアソン発生モデル (道路障害物)

表-5.3 に、階層的隠れポアソンモデルのうち、道路障害物に対するポアソン発生モデル (下位システム) の推計結果を示す。道路台帳等から利用可能な道路構造や道路環境を表す変数を網羅的に組み合わせてモデルを推計した。これらのモデル群の中から、Geweke 検定統計量、符号条件、AIC などから総合的に判断し、旅行速度と貨物車交通量の 2 つを説明変数として採用した。なお、各説明変数は最大値を 1 として基準化している。MCMC 法によるシミュレーション回数を 10,000 回とし、最初のサンプリング数 $\underline{V}=5,000$ をパラメータが定常分布に到達するまでの回数と考え、残りの $\overline{V}=10,000$ までのサンプルをパラメータ標本として採用する。パラメータサンプリング過程の定常性を Geweke 検定統計量を用いて判定する。Geweke 検定統計量は絶対値で 1.96 を下回ると、パラメータの分布が定常に達しているという帰無仮説を棄却することができない。表-5.3 には、各未知パラメータに対して標本平均、分布の 90%信頼区間、Geweke 検定統計量を示す。図-5.4 は MCMC 法により求めた各パラメータ標本である。黒線でパラメータの標本平均、点線でパラメータの上下限 5%を示している。表-5.3 のパラメータ推計値の標本平均を用いて、道路障害物発生過程をポアソン過程としてモデル化する。道路障害物の到着率は具体的に

$$\lambda^k = \exp(-6.594 + 1.3047x_1^k + 1.035x_2^k) \quad (5.30)$$

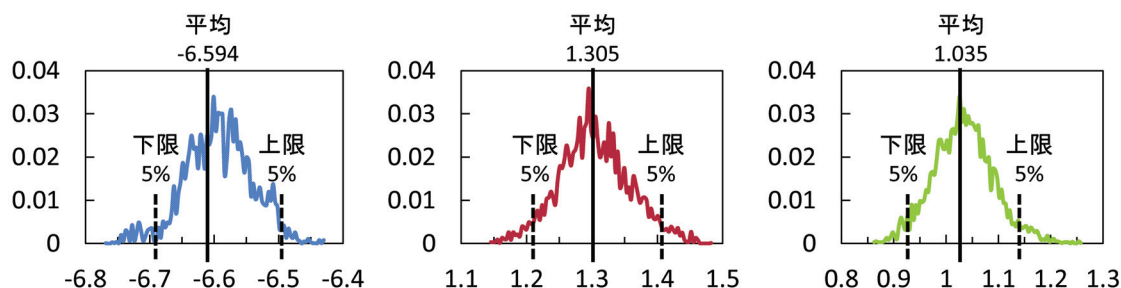


図 5.4: 事後分布の標本結果（サンプル数：5,000）

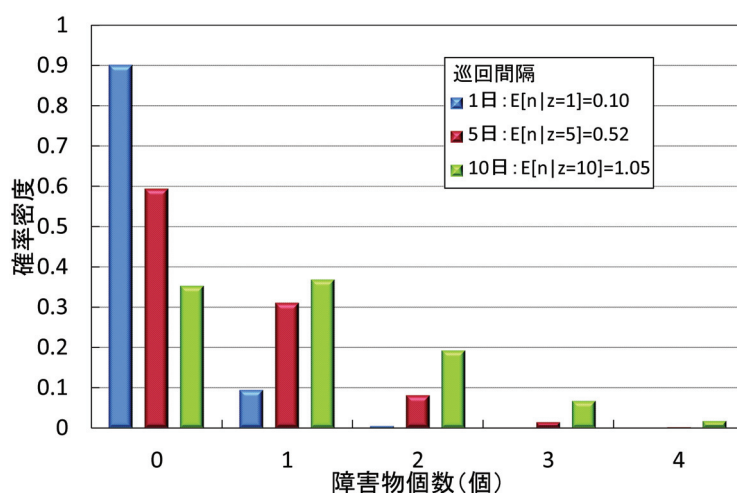


図 5.5: 道路障害物発生確率分布（旅行速度，貨物車交通量平均）

と表現することができる．ここでは，旅行速度： x_1^k ，貨物車交通量： x_2^k をポアソン到着率の説明変数として用いている．式(5.3)を用いて，障害物の発生過程を表すポアソン分布を算出する．図-5.5のそれぞれの分布は巡回間隔 T^k を1日，5日，10日と設定したときの道路障害物の発生分布を示している．なお，説明変数は，旅行速度，貨物車交通量ともに全道路区間の平均値を採用することにより導出した．凡例には，各巡回間隔 T^k における障害物発生個数 L^k の期待値 $E[L^k|T^k]$ を示す．たとえば，任意時点で実施した道路巡回業務からの経過日数が1日の時点では，発生数の期待値 $E[L^k|T^k]$ は，0.10個であり0個の確率が約90%を占め，1個の確率が約10%で，2個以上の確率が極めて少ない分布となっている（図中の青色）．しかし，経過時間が5日，10日と増加することにより，発生個数0個

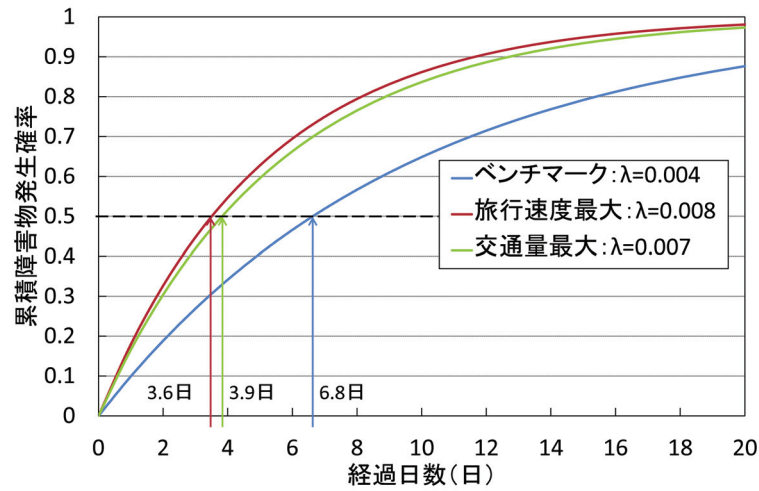


図 5.6: 障害物累積発生確率

の確率が低下し、発生数の多い方へ分布が移動する。経過日数 10 日時点では、確率分布のピークは発生個数 1 個であり、その確率は約 38% となる。ある道路区間 k において、経過時間（巡回間隔）が T^k のとき道路巡回で障害物が L^k 個以上発見される確率は、

$$P(L^k, T^k | \lambda^k) = 1 - \sum_{l_k=1}^{L^k-1} p(l_k, T^k | \lambda^k) \quad (5.31)$$

と定義できる。図-5.6 に障害物発生個数を 1 個以上としたときの累積発生確率を示す。図中に 3 本の曲線（分布関数）を示しているが、青色は旅行速度と貨物車交通量ともに平均値を用いたベンチマークに相当するケース、赤色は旅行速度最大のケース、緑色は貨物車交通量最大のケースである。旅行速度、貨物車交通量それぞれの平均値は 37.7 (km/h)、6,112 (台/日) であり、最大値は 73.6 (km/h)、12,935 (台/日) であった。同図の凡例中には、それぞれのケースのポアソン到着率も示している。また、障害物の累積発生確率が 50% に到達する時点に着目すると、ベンチマークケースで 6.8 日、旅行速度最大の道路区間で 3.6 日、貨物車交通量最大の道路区間で 3.9 日となることが読み取れる。

表 5.4: ポアソンモデルの推計結果（苦情）

		定数項	土地区分 DID・市街地	障害物発生数
推計値	標本平均	-7.696	0.757	1.875
	90 %信頼区間	(-7.960 -7.418)	(0.531 0.971)	(0.744 2.633)
	Geweke 検定量	0.157	0.014	-0.155
対数尤度	-1619.0			
AIC	3246.0			

5.6.3 ポアソン発生モデル（苦情）

苦情発生モデルの推計結果を表-5.4に示す。推計の結果，土地区分（DID 地区・市街地か，否か），障害物発生数が説明変数として採用された。ただし，土地区分は定性パラメータであることから，DID 地区および市街地を 1，それ以外（平地，山地）を 0 とするダミー変数を与えた。土地区分に関する未知パラメータの推計値が正值であることから，DID 地区と市街地の方が苦情発生確率が大きくなる。障害物発生数に関しても，未知パラメータが正值であり，障害物の発生が多くなると苦情発生率が増加することがわかる。このように，階層的隠れポアソンモデルを用いることにより道路障害物到着率と苦情発生率の相互関係を考慮した上で，障害物発生数に応じた苦情の発生確率を算出することが可能となる。図-5.7 は MCMC 法により求めた各パラメータ標本である。当然ながら，苦情の未知パラメータについても，標本数は 5,000 となる。黒線で各パラメータの標本平均を，破線で上下限 5%を示す。表-5.4 のパラメータ推計値の標本平均を用いて，苦情発生の確率分布を示す。苦情到着率は具体的に

$$\mu^k = \exp(-7.696 + 0.757x_1^k + 1.875x_2^k) \quad (5.32)$$

と表現できる。図-5.8 に，DID 地区に属する任意の道路 1 区間において直近の道路巡回から 5 日経過した時点における苦情発生分布を求めた結果を示す。同図では道路障害物 1 個から 5 個までの 5 ケースに対するポアソン分布を例示している。

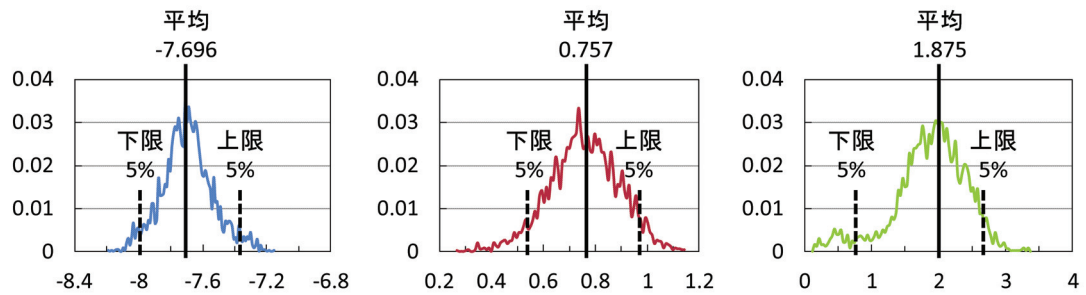


図 5.7: 事後分布の標本結果 (サンプル数 : 5,000)

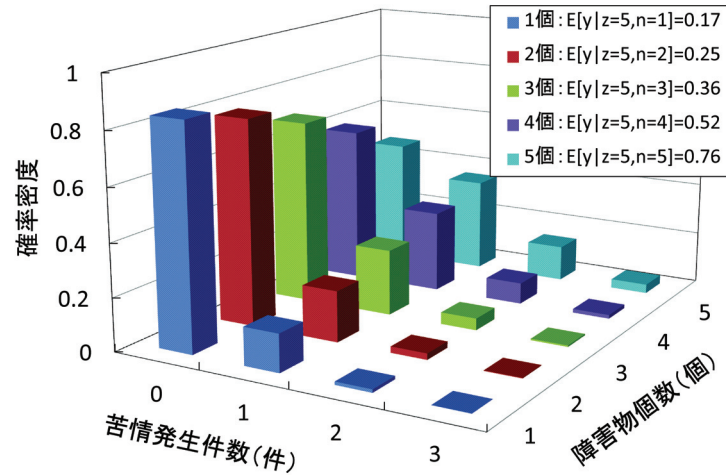


図 5.8: 苦情発生のポアソン分布 (土地区分 : DID 地区)

5 日経過時点という同一の時間断面であっても、障害物の発生個数の増加に応じて、ポアソン分布の形状が変化している（苦情の発生確率が増加している）ことがわかる．さらに凡例に点検間隔 T^k ，障害物発生個数 L^k を所与とした苦情発生件数 y^k の期待値 $E[y^k|T^k, L^k]$ を示す．障害物 1 個のときのポアソン分布の期待値は 0.169 件であり，障害物の増加に従って 0.246, 0.358, 0.521, 0.758 件と期待値も増加する．同一の道路区間を対象として，式 (5.31) に基づいて分布関数を算出した結果を図-5.9 に示す．同図は苦情発生件数を 1 件以上としたときの障害物発生個数に応じた苦情の累積発生確率を示している．障害物の増加により苦情の累積発生確率が増加する．

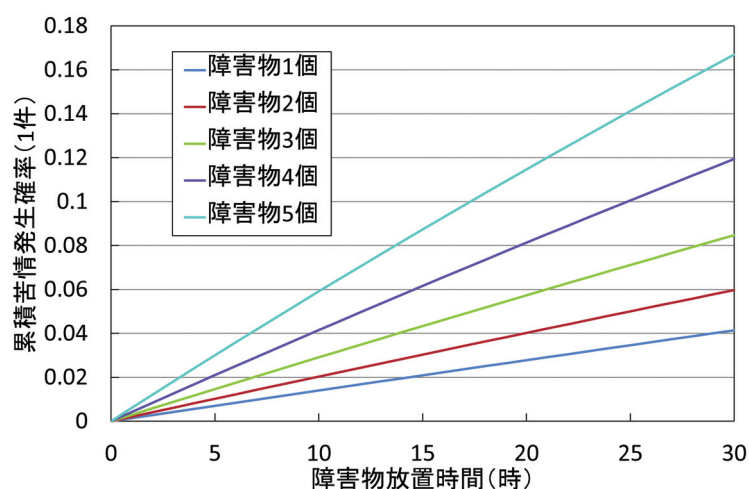


図 5.9: 苦情の累積発生確率（土地区分：DID 地区）

表 5.5: 苦情発生区間における潜在変数の推移

	1	...	7	8	9	10	...	16 (苦情発生)	17	...	24 (道路巡回 n+1)
道路障害物 (個)	0	...	0	1	1	2	...	2	1	...	1
累積障害物発生個数 (個)	0	...	0	1	1	2	...	2	2	...	2

5.6.4 潜在変数の推計結果

MCMC 法で求めた各サンプルに対して，設定した期（図-5.2 の局所時点）ごとに道路区間に存在する障害物個数を潜在変数を用いて表現することができる。表-5.5 は，MCMC 法で発生させたサンプルにおける苦情発生状況を示している。本サンプルでは，ある区間 k の n 回目の道路巡回後の期ごと（巡回間隔：1 日，1 期：1 時間）の道路障害物個数の推移と累積障害物個数の推移を示している。本サンプルの事例では，1 期目では障害物の個数は 0 個である。8 期目で障害物が 1 個発生する。10 期目で障害物がさらに 1 個発生し，路上に存在する障害物は 2 個となる。次に 16 期目に苦情が発生し，その 1 期後には苦情が発生した障害物は取り除かれ，17 期以降路上に存在する障害物個数は 1 個となる。累積障害物個数は巡回間隔内に発生した障害物の個数を数えるので，2 個である。24 期には $n+1$ 回目の巡回が行われ，路上に存在する障害物が取り除かれる。苦情が発生した区

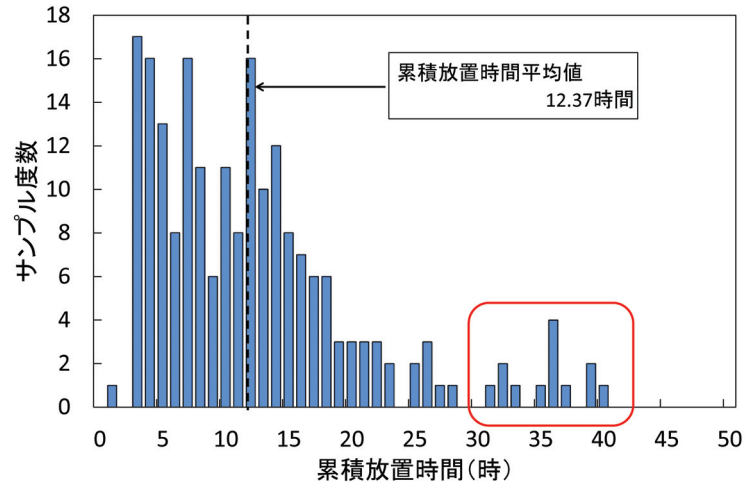


図 5.10: 累積放置時間（全障害物）

間を対象として，路上に障害物が放置された累積放置時間 S_n^k を求める．累積放置時間 S_n^k は潜在変数の推計値 $\hat{r}_n^k = (\hat{r}_1^k, \dots, \hat{r}_{T_n-1}^k)$ を用いて，

$$S_n^k = \sum_{u_n=1}^{T_n-1} \hat{r}_{u_n}^k \quad (5.33)$$

と表すことができる．図-5.10 に苦情が発生した区間における障害物累積放置時間の頻度分布を示す．本ケースでは，平均累積時間は 12.37 時間である．同図において，赤線で囲んだ 15 区間に着目する．これらの区間では，障害物累積放置時間が 33 時間から 43 時間と極めて長くなっている．抽出した 13 区間のうち 7 区間はバイパス等の自動車専用道路区間であった．自動車専用道路区間は，旅行速度が平均 70.7(km/h) と大きいために，障害物の発生頻度が高い．一方で，当該道路区間は DID・市街地区以外（平地・山地）に位置しており，苦情の発生確率は低い．このような理由により，これらの道路区間では結果的に累積放置時間が長くなっていると推測できる．潜在変数を推計し，累積放置時間を算出することで，苦情発生確率だけでは抽出できない，交通事故等のリスクの発生が懸念されるような重点管理区間を抽出することが可能となる．

5.7 結言

本章では、路上落下物などの道路障害物の発生に起因する苦情の発生メカニズムをモデル化するために、道路障害物の増加が苦情の発生頻度に影響を及ぼすという階層的関係を考慮することが可能な階層的隠れポアソンモデルを開発した。さらに、道路巡回データを用いて同モデルを推計するための階層ベイズ推計手法を提案した。最後に、一般国道を対象とした適用事例を通じて、本章で提案した方法論の有用性を実証的に検証した。本章で提案した階層的隠れポアソンモデルを用いて、道路障害物や苦情の発生リスクを表現することが可能であり、本モデルを用いたリスクマネジメント手法を提案することが可能である。第1に、本章で提案した階層的隠れポアソンモデルを用いて、道路障害物の発生と苦情発生による道路障害物の除去過程をマルコフ連鎖モデルとして定式化することが可能である。第2に、障害物発生・除去過程を表すマルコフ連鎖モデルを用いて、路上に放置される道路障害物数や放置時間長に関する確率分布を求めることが可能であり、道路障害物のリスクマネジメントのための評価指標を定式化することが可能である。第3に、道路障害物や苦情の発生確率に基づいて、道路巡回業務や応急業務に関わる期待費用を算定することが必要である。以上の各種評価指標を提案することにより、所与のリスク管理水準の下で期待費用を最小にするような望ましい道路巡回政策を求めることが可能である。

なお、本章は新都市社会技術融合創造研究会「道路付帯施設・情報管理施設のアセットマネジメントに関する研究プロジェクト(代表：小林潔司)」の活動成果の一部である。研究を実施するにあたり、国土交通省近畿地方整備局道路管理課および滋賀国道事務所より多大な支援を頂いた。ここに記して感謝の意を表する。

表 5.6: 記号対応表 (5 章)

カレンダー時刻	τ_0
時間	t
連続する 2 つの巡回時点間の期間	ν
局所離散時間軸	u, ι
道路障害物の累積発生個数を表す状態変数	l
期間 ν 中における道路障害物の累積発生個数	L
路上に放置されている道路障害物の個数	\hat{l}
時点 t において路上に放置されている道路障害物の個数	\hat{L}
苦情の発生件数を表す状態変数	g
苦情の発生件数	y
道路障害物の到着率	λ
特性ベクトル	\mathbf{x}
特性ベクトルの数	B
未知パラメータベクトル	$\boldsymbol{\beta}$
道路障害物が発見される確率	p
苦情の到着率	μ
説明変数ベクトル	$\boldsymbol{\varpi}$
説明変数の数	A
未知パラメータベクトル	$\boldsymbol{\alpha}$
苦情が発生する条件付き確率	η
推計すべき未知パラメータベクトル	$\boldsymbol{\theta}$
道路区間	k
道路巡回の実施回数	N
データセット	ξ
データセット全体	Ξ
道路障害物の累積発生個数を表す潜在変数ベクトル	\mathbf{m}
潜在変数ベクトルの仮想的実現値	$\tilde{\mathbf{m}}$
道路障害物の個数を表す潜在変数ベクトル	\mathbf{r}
潜在変数ベクトルの仮想的実現値	$\tilde{\mathbf{r}}$
ダミー変数	σ
苦情によって取り除かれた道路障害物の累積発生個数ベクトル	\mathbf{Y}
$A+1$ 次元正規分布の確率密度関数	ϕ_α
事前期待値ベクトル	$\boldsymbol{\kappa}^\alpha$
事前分散共分散行列	$\boldsymbol{\Sigma}^\alpha$
B 次元正規分布の確率密度関数	ϕ_β
事前期待値ベクトル	$\boldsymbol{\kappa}^\beta$
事前分散共分散行列	$\boldsymbol{\Sigma}^\beta$
ステップ幅を定めるパラメータベクトル	ν
MCMC 法のサンプル標本回数	V

参考文献

- [1] 津田尚胤, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司: 橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.68-82, 2005.
- [2] 小林潔司, 貝戸清之, 林秀和: 測定誤差を考慮した隠れマルコフ劣化モデル, 土木学会論文集 D, Vol.64, No.3, pp.493-512, 2008.
- [3] 林秀和, 貝戸清之, 熊田一彦, 小林潔司: 競合的劣化ハザードモデル: 舗装ひび割れ過程への適用, 土木学会論文集 D, Vol.65, No.2, pp.143-162, 2009.
- [4] 小林潔司, 貝戸清之, 江口利幸, 大井明, 起塚亮輔: 舗装構造の階層的隠れマルコフ劣化モデル, 土木学会論文集 D3, Vol.67, No.4, pp.422-440, 2011.
- [5] 和合肇: ベイズ計量経済分析, マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用, 東洋経済新報社, 2005.
- [6] 伊庭幸人: 計算統計学のフロンティア—計算統計 II, マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺, 岩波書店, 2005.
- [7] 津田尚胤, 貝戸清之, 山本浩司, 小林潔司: ワイブル劣化ハザードモデルのベイズ推計法, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.125-136, 2006.
- [8] 貝戸清之, 小林潔司: マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定, 土木学会論文集 A, Vol.63, No.2, pp.336-355, 2007.

- [9] 貝戸清之, 小林潔司, 加藤俊昌, 生田紀子: 道路施設の巡回頻度と障害物発生リスク, 土木学会論文集 F, Vol.63, No.1, pp.16-34, 2007.
- [10] McNeil, J.A., Frey, R. and Embrechts, P.: *Quantitative Risk Management*, Princeton University Press, 2005.
- [11] Titterton, D.M., Smithe, A.F.M. and Makov, U.E.: *Statistical Analysis of Finite Mixture Distributions*, John Wiley & Sons., 1985.
- [12] Robert, C.P.: Mixtures of Distributions: Inference and Estimation, in Gillks, W.R., Richardson, S. and Spiegelhalter, D.J.(eds.): *Markov Chain Monte Carlo in Practice*, Chapman & Hall, 1996.
- [13] Robert, C.P., Rydén, T. and Titterton, D.M.: Bayesian inference in hidden Markov models through the reversible jump Markov chain Monte Carlo method, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol.62, pp.57-75, 2000.
- [14] Dempster, A.P., Laird, N. M. and Rubin, D. B.: Maximum likelihood from incomplete data via the EM Algorithm, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol.39, pp.1-38, 1977.
- [15] Celeux, G., Hurn, M. and Robert, C.P.: Computational and inferential difficulties with mixture posterior distributions, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.95, pp.957-970, 2000.
- [16] Diebolt, J. and Robert, C.P.: Estimation of finite mixture distributions through Bayesian sampling, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol.56, pp.363-375, 1994.

- [17] Geman, S. and Geman, D.: Stochastic relaxation, Gibbs distributions and the Bayesian restoration of images, *Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.6, pp.721-741, 1984.
- [18] Geweke, J.: Evaluating the Accuracy of Sampling-based Approaches to the Calculation of Posterior Moments, in: Bernardo, J.M., Berger, J.M., Dawid, A.P., and Smith, A.F.M. (eds.) :*Bayesian Statistics 4*, pp.169-193, Oxford University Press, 1996.

第6章 結論

近年、高度経済成長期に建設された数多くの土木施設の老朽化問題が顕在化しており、土木施設を予算制約の下で効率的に維持管理していくための手段としてアセットマネジメントが着目されている。すでに数多くの学術研究が蓄積されており、膨大な情報を集計することで、施設固有の構造特性や環境条件を説明変数として採用できるモデル（マルコフ劣化ハザードモデル等）が開発されている。しかし、土木施設の劣化過程は、同一の構造・材料特性、かつ使用条件の下であっても、土木施設が置かれている環境条件、品質等により、多様に異なることが一般的である。土木施設のアセットマネジメントを実践していく過程において、多様に異なる土木施設の特性を考慮することは必要不可欠である。そこで本論文では、多様に異なる土木施設の特性を「異質性」と表現し、異質性を考慮した土木施設の評価モデルを開発し、具体的な事例を交えてその有用性を示してきた。

2章では、道路障害物の発生過程に異質性が含まれると考え、道路障害物の発生過程をポワソン分布とガンマ分布の混合による混合ポワソン過程モデルで表現した。同時に、路上落下物、路面の変状、道路付帯施設の破損、損壊等の道路障害リスク信頼水準を設定するとともに、道路障害リスクを可能な限り小さくすることを目的とした道路巡回方策を求める方法論を提案した。具体的には、道路障害リスク管理指標として、1) 累積放置リスク、2) 遭遇交通量リスクという2つの指標をとりあげ、所与の予算制約の下で、これらのリスク管理指標に基づいて望ましい道路巡回方策を決定する方法論を提案した。また、一般国道を対象と

した適用事例により、道路障害リスクを考慮して管理基本区間を設定することで、所与の予算制約の下で道路障害リスクを効果的に削減できることを示した。さらに、道路障害リスクの大きい区間を重点的に管理することにより、道路巡回の効率化を達成できることを実証的に明らかにした。

3章では、社会基盤施設を支援する大規模情報システムの機器レベルのアセットマネジメントを対象として、情報システムを構成する機器群の劣化故障予測モデルを提案した。その際、情報システムが、多数のタイプの機器で構成されることに着目し、多数のタイプの機器を異質性と捉え、タイプ間におけるハザード率の異質性を表現できるような故障解析モデルが必要であることを指摘した。このような故障率の異質性を操作的に表現するために、ワイブル劣化ハザードモデルをベースモデルとし、ハザード率の比例的異質性を標準ガンマ分布で表現したようなランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを定式化した。さらに、高速道路の交通管制情報システムを対象とした適用事例を通じて、提案したハザードモデルの有効性を実証的に検証した。

4章では、土木施設の劣化過程が、同一の構造・仕様特性や使用条件の下であっても、施工時の品質や観測不可能な要因に起因して多様に異なることに着目し、ハザード率の異質性を考慮した混合マルコフ劣化モデルを定式化した。また、ハザード率の確率分布をガンマ分布に特定化し、個別要素の劣化過程を表すマルコフ推移確率を推定する方法論を提案した。さらに、標準的な劣化過程を表すベンチマーキング劣化曲線と、それに基づいて個別要素の劣化速度を相対評価する方法論を提案した。また、実橋の目視検査データに基づいて混合マルコフ劣化モデルを推定し、個別橋梁要素の劣化速度の相対評価を試みた。

5章では、路上落下物などの道路障害物の発生に起因する苦情の発生メカニズムをモデル化するために、道路障害物の増加が苦情の発生頻度に影響を及ぼすと

いう時間的異質性を考慮することが可能な階層的隠れポアソンモデルを開発した．さらに，道路巡回データを用いて同モデルを推計するための階層ベイズ推計手法を提案した．最後に，一般国道を対象とした適用事例を通じて，**5章**で提案した方法論の有用性を実証的に検証した．

本論文では，土木施設のアセットマネジメントを実践していく過程で必要となる評価モデルを，実務要件に応じた形で開発し，その実用性を示してきた．アセットマネジメントの高度化に関する研究は現在も発展中であり，本論文で提案した異質性を取り上げた評価モデルが，アセットマネジメントの分野をさらに発展させ，わが国の住民がますます安心，安全に暮らせるような社会を構築していく上で有益な方法論として貢献できるならば，本望である．

謝辞

本研究の遂行にあたり、多くの方から様々な御指導と御協力をいただきました。記してここに心より感謝の意を表します。

京都大学 小林潔司教授には、本研究の遂行にあたり、終始丁寧かつ的確な御指導、および御助言を賜りました。浅学かつ未熟な筆者を、辛抱強く叱咤激励していただきました。先生の温かい御指導がなければ、本研究を取りまとめることはできませんでした。また、研究を進める過程で先生に頂いた、幅広い知見と深い洞察、斬新な発想に基づく数々の御指摘は、本研究に限らず、筆者が今後の社会生活を営む上での大きな財産となりました。さらに、学会発表の機会や、学内外との研究交流の場を積極的に与えて頂いたことも、筆者にとって貴重な経験となりました。心より深く感謝いたします。

京都大学 大津宏康教授、京都大学 河野広隆教授には、本研究をとりまとめるにあたり、適切な御助言並びに御指導をいただくとともに、本研究の今後の方向性・発展性について、大変貴重な御意見をいただきました。ここに心より感謝いたします。

大阪大学 貝戸清之准教授には、筆者がアセットマネジメント研究に取り組み始めた修士課程1年生の時より御指導いただき、研究に対する姿勢、学术论文の書き方に始まり、社会人としての礼儀、研究者としての誇りに至るまで、多くのことを教えていただきました。厳しくも温かい御指導に心より深く感謝いたします。

京都大学 松島格也准教授には、研究の進め方から研究成果のとりまとめ方に

至るまで、親切丁寧に御指導いただき、筆者の研究生生活を支えていただきました。
厚く御礼申し上げます。

京都大学 大西正光助教、吉田護 GCOE 特定助教、鄭 蝦榮 GCOE 特定研究員には、本研究を遂行するにあたり、日頃から大変貴重な御助言、御示唆を頂きました。新たな視点に基づいて研究を発展させる上で大きな励みとなりました。心より感謝申し上げます。

岡田貢一氏（株式会社パスコ）には本論文の **4章**の研究を、福田泰樹氏（西日本高速道路株式会社）には本論文の **5章**の研究を進めるにあたり、多大な御助力をいただきました。深く御礼申し上げます。

計画マネジメント論研究室の諸兄には、本研究をとりまとめる上で多大なご協力をいただきました。また、筆者の力量不足によって研究室での多くの仕事をご負担頂きました、秘書の藤本彩氏には、研究活動を進めていく上での多くの事務手続きを手伝って頂きました。ここに厚く御礼申し上げます。

建設マネジメント勉強会の皆様には、建設マネジメントに関わる実務的な経験について貴重なお話をお聞かせ頂くとともに、暖かい激励を賜りました。ここに厚く御礼申し上げます。

最後に、本研究の完成を何よりも楽しみにし、またいついかなる時においても、惜しみない笑顔で筆者を支えてくださった父と母に、心より深く感謝申し上げます。

2012 年 09 月

小濱 健吾